高校 1 年生	津波
累乗根と津波の高さ	

高等学校　　年　　氏名

累乗根 (2)

◊◊◊ **累乗根の性質** ◊◊◊

$a>0, b>0$ で m, n が 2 以上の整数のとき，次が成り立つ．

[I] $\sqrt[n]{a^n}=a$　　[II] $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$　　[III] $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$　　[IV] $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

【例 3】　$\sqrt[5]{9}(\sqrt[5]{3})^3=\sqrt[5]{9}\sqrt[5]{3^3}=\sqrt[5]{9\times 3^3}=\sqrt[5]{3^5}=3$

◊◊◊ **指数の拡張** ◊◊◊

$a\neq 0$ で n が正の整数のとき，次が成り立つ．

$$a^0=1,\quad a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

$a>0$ で m は整数，n が 2 以上の整数のとき，次が成り立つ．

$$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a},\quad a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m$$

【例 4】　$a^2\times a^{-3}=a^{-1}=\dfrac{1}{a},\quad 3^5\times\left(\dfrac{1}{9}\right)^4=\dfrac{3^5}{3^8}=\dfrac{1}{27},\quad \sqrt{5}=5^{\frac{1}{2}},\quad 5^{-\frac{3}{2}}=\dfrac{1}{5\sqrt{5}}$

注意　$a>0$ のとき，無理数 p に対しても a^p が定義でき，指数が任意の実数のとき指数法則が成り立つ．

演習 3　次の各式を計算せよ．

(1) $\sqrt[3]{9}\sqrt[3]{3}$　　(2) $\sqrt[4]{\dfrac{9}{4}}\sqrt[4]{36}$　　(3) $\dfrac{\sqrt[4]{120}}{\sqrt[4]{6}}$

演習 4　$a>0$ のとき，次の各式を簡単にせよ．

(1) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-3}\times 2^{-7}$　　(2) $15^2\times 3^{-4}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^2$

(3) $\sqrt[5]{a^3}\times\sqrt[4]{a^5}$　　(4) $\dfrac{a\sqrt[3]{a}}{\sqrt[6]{a}}$