

1. $H_0: \mu = 2500$ (11), $H_1: \mu < 2500$ (12)
 H_0 が真である仮定すると $Z = \frac{\bar{X} - 2500}{\sqrt{\frac{150^2}{100}}}$ (14) $= \frac{2470 - 2500}{225}$
 は $N(0,1)$ に従う. このとき (17) 左片側検定 (15) 2500 (16) 検定
 ための棄却域は $Z \leq -1.6449$ (18) $Z \leq -1.6449$ (19)
 Z の実現値 $Z = \frac{2470 - 2500}{225} = -2$ (19) したがって棄却域に
 λ のとき H_0 は棄却される. (10) (11) (6段) (15点)

2. $p = \frac{9}{10}$ 則 $P(1-p) = \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{9}{100}$, $225 = 15^2$
 \hat{p} は近似的に $N(\frac{9}{10}, (\frac{1}{50})^2)$ に従う.
 (1) $E[\hat{p}] = p = \frac{9}{10} = 0.9$ (11)
 (2) $\sqrt{V[\hat{p}]} = \sqrt{(\frac{1}{50})^2} = \frac{1}{50} = 0.02$ (12)
 (3) $Z = \frac{\hat{p} - 0.9}{\frac{1}{50}}$ は近似的に $N(0,1)$ に従う
 $\therefore P(\hat{p} \geq 0.84) = P(Z \geq -3) = P(Z \leq 3) = 0.9987$ (13) (6段) (15点) (3段)

3. $H_0: \mu_1 = \mu_2$ (11), $H_1: \mu_1 < \mu_2$ (12) H_0 が真
 $\Rightarrow Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{U_1^2 + U_2^2}{50}}}$ は近似的に $N(0,1)$ に従う. (15)
 棄却域 $Z_{0.05} = 1.6449$ 則 $Z \leq -1.6449$ (16)
 Z の実現値 $Z = \frac{65 - 73}{\sqrt{\frac{15^2 + 12^2}{50}}} = -2.9448$ (17)
 棄却域に λ のとき H_0 は棄却される. (18) (19) (5段)

4. (1) $T = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{U^2}{m}}}$ は $t(m-1)$ に従う. 従って $n = 10$ ならば
 $P(|\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{U^2}{10}}}| \leq t_9(0.025)) = 0.95$
 したがって $(\bar{X} - t_9(0.025) \sqrt{\frac{U^2}{10}}) \leq \mu \leq (\bar{X} + t_9(0.025) \sqrt{\frac{U^2}{10}})$
 実現値 $\bar{x} = \frac{26}{5}$, $u^2 = (\frac{6}{5})^2 \times 10$ (10) $t_9(0.025) = 2.262$
 $4.34 \leq \mu \leq 6.05$ (2)
 (2) $\frac{(m-1)U^2}{\sigma^2}$ は $\chi^2(m-1)$ に従う. 同様に $m = 10$ ならば
 $P(\chi_9^2(0.975) \leq \frac{9U^2}{\sigma^2} \leq \chi_9^2(0.025)) = 0.95$
 したがって $\frac{9U^2}{\chi_9^2(0.025)} \leq \sigma^2 \leq \frac{9U^2}{\chi_9^2(0.975)}$
 $\chi_9^2(0.025) = 19.023$, $\chi_9^2(0.975) = 2.700$
 $0.681 \leq \sigma^2 \leq 4.800$ (2)

5. 泥沼, U_1 の標準平均, 不偏分散 σ_1^2 と U_2 の標準平均, 不偏分散 σ_2^2 とする.
 $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, $H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$
 H_0 が真である仮定すると $F = \frac{U_2^2}{U_1^2}$ は $F(30, 24)$ に従う.
 したがって $F_{30, 24}(0.05) = 1.939$
 ための棄却域 $F \geq 1.939$
 F の実現値 $u_1^2 = \frac{25}{24} \times 10.6^2$, $u_2^2 = \frac{31}{30} \times 15.3^2$
 $f = \frac{\frac{31}{30} \times 15.3^2}{\frac{25}{24} \times 10.6^2} = 2.066$ したがって棄却域に入るので
 H_0 は棄却され U_1 の標準平均は泥沼の標準平均よりも大きい. (18) (19) (8段)

6. $F_{12, 20}(0.975) = \frac{1}{F_{20, 12}(0.025)} = \frac{1}{3.073} = 0.325$

15 + 5 = 20