応数B 学末. 2018 (第4章)

試験答案用紙　　番号　　氏名

1. $\dfrac{\hat{p}-p}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{500}}}$ [1] は近似的に $N(0,1)$ [2] に従うから $\hat{p}=\frac{280}{500}=0.56$ [3] を代入すれば

$\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{500}}=\sqrt{0.000492}$ [4] 従って p の95%信頼区間

$0.56 - 1.96\sqrt{\ } \le p \le 0.56 + 1.96\sqrt{\ }$ [5][6][7]

小数第3位まで求めると $0.516 \le p \le 0.604$ [8]

$H_0: p=\frac{1}{2}$, $H_1: p>\frac{1}{2}$　H_0が真だとすると

$Z=\dfrac{\hat{p}-\frac{1}{2}}{\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{500}}}=\dfrac{\hat{p}-\frac{1}{2}}{\sqrt{0.0005}}$ [9][10] これは近似的に $N(0,1)$ に従う。

棄却域 $Z \ge 1.6449$ [11] とする。実現値 $z=2.6833$ [12] (小数4位)

これは棄却域に ~~入らない~~ 入る [13] ので H_0は 棄却 [14] された。 (9行) (7段)

(25点)

2. $Z=\dfrac{\hat{p}-\frac{1}{2}}{\sqrt{\dfrac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}{500}}}$, $Z'=\dfrac{\hat{p}-\frac{13}{25}}{\sqrt{\dfrac{\frac{13}{25}\cdot\frac{12}{25}}{500}}}$ とする。H_0のもとで Z は $N(0,1)$ に従うから

$P(Z \ge 1.6449)=0.05$　これから

$p_0=\frac{1}{2}+1.6449\sqrt{\frac{1}{2000}} \fallingdotseq 0.5368$

H_1が真であるとき、H_0が棄却されない確率を求めるので

$P\left(Z' \le \dfrac{p_0-\frac{13}{25}}{\sqrt{\frac{13\cdot 12}{5}\cdot\frac{1}{250}}}\right)=P(Z' \le 0.75)=0.7734$

(5点)

3. $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$ [1], $H_1: \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$ [2]

$u_1^2=1096.7$ [3], $u_2^2=786.7$ [4]　H_0が真であると仮定すれば

$T=\dfrac{U_1^2}{U_2^2}$ [5] は $F(5,5)$ [6] に従う。棄却域は

$T \ge F_{5,5}(0.025)=7.146$ [7] で Tの実現値 $t=1.394$ [8]

だから棄却域に 入らない [9] ので H_0は 採択 [10] される。

(5点)

4. 母平均を μ とする。$H_0: \mu=68.3$, $H_1: \mu>68.3$

H_0が真であると仮定すると $T=\dfrac{\bar{X}-68.3}{\sqrt{U^2/12}}$ は $t(11)$ に従う。

($\bar{X}$: 標本平均, U^2: 不偏分散)　$t_{11}(0.05)=1.796$ より

棄却域は $T \ge 1.796$, Tの実現値は $t=\dfrac{69.9-68.3}{\sqrt{1.2^2/12}}=4.619$

これは棄却域に入るので この古銭は A地域以外のものと思われる。

(5点)

5. (1) $H_0: \sigma_1^2=\sigma_2^2$, $H_1: \sigma_1^2 \ne \sigma_2^2$, H_0が真であると仮定すると

$F=\dfrac{U_1^2}{U_2^2}$ は $F(6,9)$ に従う。$F_{6,9}(0.025)=4.320$ なので

棄却域は $F \ge 4.320$ となる。実現値 $f=\dfrac{2.82}{0.21}=13.429$ となり棄却域に入るので H_0は棄却され両者の母分散は異なると云える (4点)

(2) $H_0: \mu_1=\mu_2$ [1], $H_1: \mu_1 \ne \mu_2$ [2]　H_0が真であると仮定すると

$\nu=\dfrac{\left(\frac{2.82}{7}+\frac{0.21}{10}\right)^2}{\frac{2.82^2}{49\times 6}+\frac{0.21^2}{100\times 9}}=6.630$ [4] だから

([3]のみ 1段)

$T=\dfrac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{\dfrac{U_1^2}{m_1}+\dfrac{U_2^2}{n_2}}}$ [3] は自由度 7 [5] の t分布に従う。

棄却域は $t_7(0.025)=2.365$ だから $|T| \ge 2.365$ [6]

$t=\dfrac{13.2-9.5}{\sqrt{\frac{2.82}{7}+\frac{0.21}{10}}}=5.683$ [7] となるから棄却域に 入る [8] ので

H_0は 棄却 [9] される。