D1 後中 2019 (基礎3, 5章§2-3, 7章§1 2項定理の前)

試験答案用紙

番号　　　　氏名

1. (1) $y=\sqrt{25+(-2)^2}=\sqrt{29}$ 　[1] $\boxed{\sqrt{29}}$ 　[2] $\boxed{-\sqrt{29}}$

(2) [1] $\cos\alpha<0$ より $\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{2}{9}}=\boxed{-\frac{\sqrt{7}}{3}}$

[2] $\sin\beta<0$ より $\sin\beta=-\sqrt{1-\cos^2\beta}=-\sqrt{1-\frac{4}{25}}=\boxed{-\frac{\sqrt{21}}{5}}$

[3] 与式 $=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$=-\frac{\sqrt{2}}{3}\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{\sqrt{7}}{3}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{21}}{5}\right)=\boxed{\frac{2\sqrt{2}+7\sqrt{3}}{15}}$

[4] $\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$=\left(-\frac{\sqrt{7}}{3}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{21}}{5}\right)=\boxed{\frac{2\sqrt{7}+\sqrt{42}}{15}}$

[5] $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$, $\tan\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{\sqrt{21}}{2}$ より　1点

与式 $=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{21}}{2}}{1+\sqrt{\frac{3}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{14}}\cdot\boxed{\frac{2\sqrt{2}-7\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}$

$=\frac{1}{\sqrt{14}}\left(\boxed{9\sqrt{6}-25}\right)$

(3) [1] $\sin\alpha<0$ より $\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{16}{25}}=-\frac{3}{5}$

$\therefore \tan\alpha=-\frac{3}{4}$ 　$\therefore \tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{-\frac{3}{2}}{1-\frac{9}{16}}=\boxed{-\frac{24}{7}}$

[2] $-\frac{\pi}{4}<\frac{\alpha}{2}<0$ だから $\sin\frac{\alpha}{2}<0$

$\therefore \sin\frac{\alpha}{2}=-\sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos\alpha)}=-\sqrt{\frac{1}{2}\left(1-\frac{4}{5}\right)}=\boxed{-\frac{1}{\sqrt{10}}}$

(4) [1] $\sin\alpha\cos2\beta+\cos\alpha\sin2\beta$

$=\sin\alpha(2\cos^2\beta-1)+2\cos\alpha\cos\beta\sin\beta$

$=\frac{2}{3}\cdot\left(2\cdot\frac{16}{25}-1\right)+2\cdot\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=\boxed{\frac{14-24\sqrt{5}}{75}}$

[2] $\cos\alpha\cos2\beta-\sin\alpha\sin2\beta$

$=\cos\alpha(2\cos^2\beta-1)+2\sin\alpha\sin\beta\cos\beta$

$=-\frac{\sqrt{5}}{3}\cdot\left(2\cdot\frac{16}{25}-1\right)+2\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=\boxed{\frac{48-7\sqrt{5}}{75}}$

2 (1) [1] $\frac{210}{180}\pi=\boxed{\frac{7}{6}\pi}$ 　[2] $\frac{40}{180}\pi=\boxed{\frac{2}{9}\pi}$ 　[3] $\boxed{\frac{\pi^2}{90}}$

(2) [1] $\frac{7}{5}\cdot180=\boxed{252^\circ}$ 　[2] $\boxed{-45^\circ}$ 　[3] $90\cdot\frac{180}{\pi}=\boxed{\left(\frac{16200}{\pi}\right)^\circ}$

(3) [1] $\sin(360^\circ+90^\circ)=\sin90^\circ=\boxed{1}$

[2] $-\sin\left(6\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}=\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

[3] $\frac{1}{\cos(360^\circ+60^\circ)}=\frac{1}{1/2}=\boxed{2}$

[4] $\tan\left(2\pi-\frac{\pi}{6}\right)=-\tan\frac{\pi}{6}=\boxed{-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}}$

(4) [1] $\theta=\frac{l}{r}=\boxed{\frac{4}{3}}=\frac{4}{3}\cdot\frac{180}{\pi}=\left(\frac{240}{\pi}\right)^\circ$

[2] $S=\frac{1}{2}rl=\frac{1}{2}\cdot3\cdot4=\boxed{6}$

(5) [1] $1+\cot^2\theta=\mathrm{cosec}^2\theta=16$ より $\cot^2\theta=15$

$\cot\theta<0$ なので $\cot\theta=\boxed{-\sqrt{15}}$

[2] $\cot\theta=\frac{\mathrm{cosec}\,\theta}{\sec\theta}$ より $\sec\theta=\frac{\mathrm{cosec}\,\theta}{\cot\theta}=\boxed{-\frac{4}{\sqrt{15}}}$

(6) 最後の桁が偶数なのでこれが3通り。そのおのおのに対し残りが $_5P_5=120$ 　よって $120\times3=\boxed{360}$

(7) ハートが2枚 $_{13}C_2\times{}_{39}C_1=\frac{13\cdot12}{2}\cdot39=3042$

ハートが3枚 $_{13}C_3=\frac{13\cdot12\cdot11}{3\cdot2}=286$，和の法則から

$\boxed{3328}$

(8) 全体で 3^4 個あり，そのうち偶数は 3^3 個（最後が2）あるから

$3^4-3^3=27(3-1)=\boxed{54}$

(9) $_8C_3\times{}_5C_3\times{}_2C_2=\frac{8!}{3!\,3!\,2!}=\boxed{560}$

(10) 全体の数－すべてが偶数 $={}_7C_3-{}_3C_3=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2}-1=\boxed{34}$

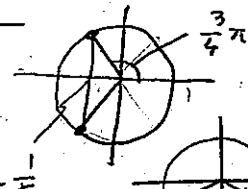
(11) 2班5人… $_7C_5$，2班4人… $_7C_4\cdot{}_6C_1$，2班3人… $_7C_3\cdot{}_6C_2$

和の法則から $21+210+525=\boxed{756}$

(12) 黒玉2個を1つと考えて $\frac{9!}{3!\,2!\,3!\,1!}=\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4}{2\cdot3\cdot2}$

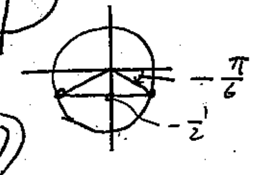
$=\boxed{5040}$

3 (1) $x=2m\pi\pm\frac{3}{4}\pi\quad(m\in\mathbb{Z})$



(2) $x-\frac{\pi}{3}=m\pi+(-1)^m\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$\therefore\ x=\left(m+\frac{1}{3}\right)\pi+(-1)^{m+1}\frac{\pi}{6}\quad(m\in\mathbb{Z})$



4. (1) すべての取り出し方は $_{11}C_3=\frac{11\cdot10\cdot9}{3\cdot2}=165$

(i) 3個とも白玉の場合は $_7C_3=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2}=35$

(ii) 3個とも黒玉の場合は $_4C_3=4$

よって求める確率は $\frac{35+4}{165}=\frac{39}{165}=\frac{13}{55}$ 　(4点)

(2) 白玉1個，黒玉2個の場合は $_7C_1\times{}_4C_2$

$=7\times\frac{4\cdot3}{2}=42$

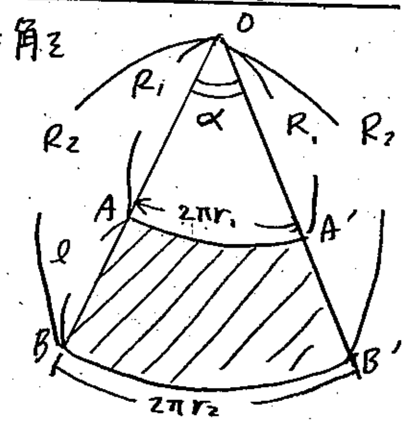
黒玉が3個の場合は(ii)から4 　よって求める確率は

$\frac{42+4}{165}=\frac{46}{165}$ 　(4点)

(3) 全体の数から3個とも白玉である場合の数を引くと

$165-35=130$ 　よって求める確率は $\frac{130}{165}=\frac{26}{33}$

5. 展開図を考える．扇形の中心角を α, $OA_1=R_1$, $OB=R_2$ とおけば



$l=R_2-R_1$, $2\pi r_1=R_1\alpha$

$2\pi r_2=R_2\alpha$ だから

$S=\frac{1}{2}R_2^2\alpha-\frac{1}{2}R_1^2\alpha$

$=\frac{1}{2}(R_2-R_1)(R_2\alpha+R_1\alpha)$

$=\frac{1}{2}l(2\pi r_2+2\pi r_1)=2\pi l\cdot\frac{r_1+r_2}{2}$

$\therefore\ S=2\pi r_0 l$ 　(7点)

6. $1+\tan 10^\circ \tan 40^\circ = 1+\dfrac{\sin 10^\circ \sin 40^\circ}{\cos 10^\circ \cos 40^\circ}$

$= \dfrac{\cos 10^\circ \cos 40^\circ + \sin 10^\circ \sin 40^\circ}{\cos 10^\circ \cos 40^\circ} = \dfrac{\cos 30^\circ}{\cos 10^\circ \cos 40^\circ}$

$= \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}^{(1)} \cdot \dfrac{1}{\cos 10^\circ \cos 40^\circ}$

$2\cos 20^\circ + 2\cos 80^\circ = 2\cdot 2\cos\dfrac{20^\circ+80^\circ}{2}\cos\dfrac{80^\circ-20^\circ}{2}$

$= 4\cos 50^\circ \cos 30^\circ = \boxed{2\sqrt{3}}^{(2)}\cos 50^\circ$

$\therefore 3+2\cos 20^\circ + 2\cos 80^\circ \overset{(2)}{=} \boxed{2\sqrt{3}}\left(\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}^{(3)} + \cos 50^\circ\right)$

$\cos\boxed{30^\circ}^{(4)} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より $2\sqrt{3}\,(\cos 30^\circ + \cos 50^\circ)$

$= 2\sqrt{3}\cdot 2\cos 40^\circ \cos 10^\circ = \boxed{4\sqrt{3}}_{(5)}\cos 10^\circ \cos 40^\circ$

以上より

$(3+2\cos 20^\circ+2\cos 80^\circ)(1+\tan 10^\circ \tan 40^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot 4\sqrt{3} = \boxed{6}^{(6)}$ (6段, 12点)

---

7. (1) 10個の 0と 2個の 1を 1列に並べる方法の数と同じだから ${}_{12}C_2 = \dfrac{12\cdot 11}{2} = \boxed{66}$

(2) x, y, z に先に1を入れておいて $x'=x-1$, $y'=y-1$, $z'=z-1$ とすれば $x'+y'+z'=7$ として x', y', z' は 0 または正の整数としたときの数と同じだから ${}_9C_2=36$

${}_9C_2$

(3行)

(3) 2が0個, 1が10個の場合 $= \dfrac{10!}{0!\,10!} = 1$

2が1個, 1が8個の場合 $= \dfrac{9!}{1!\,8!} = 9$

以下同様に考えていけば式の形は和の法則から

$\dfrac{10!}{0!\,10!} + \dfrac{9!}{1!\,8!} + \dfrac{8!}{2!\,6!} + \dfrac{7!}{3!\,4!} + \dfrac{6!}{4!\,2!} + \dfrac{5!}{5!\,0!}$

$= 1+9+28+35+15+1 = 89$ (5行)