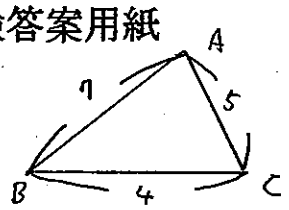
基礎Ⅱ前末 2019 (D1)

試験答案用紙　　番号　　氏名

7

1. (1) [1] $s=\frac{1}{2}(4+5+7)=8$



∴ $S=\sqrt{8\times4\times3\times1}=\boxed{4\sqrt6}$

[2] $\cos C=\frac{16+25-49}{40}=\boxed{-\frac{1}{5}}$

[3] $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\boxed{\frac{2\sqrt6}{5}}$

[4] $R=\frac{1}{2}\cdot\frac{c}{\sin C}=\frac{1}{2}\times7\times\frac{5}{2\sqrt6}=\boxed{\frac{35}{4\sqrt6}}=\frac{35}{24}\sqrt6$

(2) [1] 与式 $=\frac{\tan30^\circ-\tan45^\circ}{1+\tan60^\circ\tan45^\circ}=\frac{\frac{1}{\sqrt3}-1}{1+\sqrt3}=\boxed{\frac{1-\sqrt3}{3+\sqrt3}}=\boxed{\frac{3-2\sqrt3}{3}}$

[2] 与式 $=-\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\boxed{-1}$

(3) [1] $\cot\alpha=\frac{1}{\tan\alpha}=\boxed{-2}$

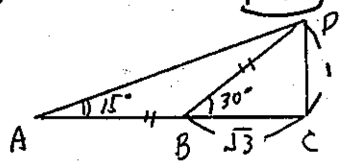
[2] $\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$, $\cos\alpha<0$ より

$\cos\alpha=\boxed{-\frac{2}{\sqrt5}}$

[3] $\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{4}{5}}=\boxed{\frac{1}{\sqrt5}}$

[4] $\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}=\boxed{-\frac{\sqrt5}{2}}$　[5] $\mathrm{cosec}\,\alpha=\boxed{\sqrt5}$

(4) $BD=\sqrt{3+1}=\boxed{2}$ [1]



∠ADB $=15^\circ$ より $AB=BD$

∴ $AC=AB+BC=\boxed{2+\sqrt3}$ [2]

∴ $AD=\sqrt{1+(2+\sqrt3)^2}=\sqrt{\boxed{8+4\sqrt3}}=\sqrt2\sqrt{(\sqrt3+1)^2}$ [3] [4]

$=\sqrt2+\boxed{\sqrt6}$ [5]

∴ $\sin15^\circ=\frac{1}{\sqrt2+\sqrt6}=\frac{1}{4}(\sqrt6-\sqrt2)$ [6]

$\cos15^\circ=\frac{2+\sqrt3}{\sqrt2+\sqrt6}=\frac{1}{4}(\sqrt6+\sqrt2)$ [7]

$\tan15^\circ=\frac{\sqrt6-\sqrt2}{\sqrt6+\sqrt2}=2-\sqrt3$ [8]

2. (1) [1] $2^{3(2x-4)}=2^{-1}$ ∴ $6x-12=-1$ ∴ $x=\boxed{\frac{11}{6}}$

[2] $3^x=X\to X^2-4X+3=0$, $(X-1)(X-3)=0$ ∴ $x=\boxed{0,1}$

(2) [1] $5^{-x}>5^{\frac{5}{2}}$ ∴ $x<-\frac{5}{2}$

[2] $2^x<2^{-\frac{1}{2}}$ ∴ $x<-\frac{1}{2}$

(3) [1] 与式 $=\sqrt[3]{216}=\sqrt[3]{6^3}=\boxed{6}$

[2] 与式 $=3\cdot\sqrt[3]{3^3}=\boxed{9}$

[3] 与式 $=(-4)\cdot(-2)=\boxed{8}$

(4) [2], [3], [4], [5], [6]

(5) [1] 与式 $=a^{-2}\cdot a^{-\frac{1}{3}}=a^{-\frac{7}{3}}$

[2] 与式 $=(a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{3}}$

(6) [1] 与式 $=a^{\frac{3}{5}-2}=a^{-\frac{7}{5}}=\sqrt[5]{a^{-7}}$

[2] 与式 $=a^{\frac{4}{3}-\frac{5}{6}}=a^{\frac{3}{6}}=a^{\frac{1}{2}}=\sqrt a$

(7) [1] 与式 $=\frac{1}{2}(\log_5 3+1)+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\log_5 3=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

$=\frac{7}{6}$

[2] 与式 $=\log_2 10\sqrt{10}\cdot\frac{4}{5\sqrt5}=\log_2 8\sqrt2=\frac{7}{2}$

[3] 与式 $=\frac{\log_2 7}{3}\cdot\frac{\log_2 6}{\log_2 7}\cdot\frac{\log_2 5}{\log_2 6}\cdot\frac{\log_2 4}{\log_2 5}\cdot\frac{\log_2 3}{\log_2 4}\cdot\frac{1}{\log_2 3}=\boxed{\frac{1}{3}}$

[4] 与式 $=\frac{\frac{1}{4}\log_5 125}{\log_5\sqrt5}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}$

(8) [1] $\log_5(x-2)(x+1)-\log_5(x-2)=2$ 真数条件から

$x>2$. このとき $\log_5(x+1)=\log_5 25$ ∴ $x=\boxed{24}$

[2] 真数条件から $x>\frac{1}{2}$ このとき $\log_3(2x-1)=\log_3 x^2$

$x^2=2x-1$ ∴ $x=\boxed{1}$

(9) [1] 与式 $=\frac{\log_{10}2^3}{\log_{10}3}=\frac{3a}{b}$

[2] 与式 $=\frac{\log_{10}3}{\log_{10}5}=\frac{b}{\log_{10}\frac{10}{2}}=\frac{b}{1-a}$

3. 真数条件から $x>0$, $x^p>0$ ∴ $x>0$ …①

$X=\log_a x$ とおけば $X^2>pX$ となるから

$X(X-p)>0$. $p>0$ より $\boxed{X<0,\ X>p}$ 2点

従って $\log_a x<0$ …②, $\log_a x>p$ …③

(i) $a>1$ のとき ②から $x<1$, ③から $x>a^p$

これと①より $0<x<1$, $x>a^p$ 4点

(ii) $0<a<1$ のとき 同じく $x>1$, $x<a^p$

これと①より $0<x<a^p$, $x>1$

4点 (8点)

4. $X=2^x$ とおくと $0\le x\le\log_2 3$ から $\boxed{1\le X\le3}$ ① 1

このとき $y=-(2^x)^2+4\cdot2^x+3=-X^2+4X+3$

$=-(X^2-4X+4-4)+3=\boxed{-(X-2)^2+7}$ 2

①から $X=2$ 即ち $x=1$ のとき最大値 $y=7$ 2

また $X=1,3$ 即ち $x=0,\ \log_2 3$ のとき最小値 2

$y=6$

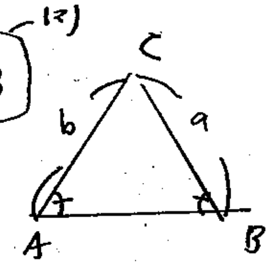
(6点)

5. $a\tan B=\boxed{b\tan A}$ (1) 両辺に $\cos A\cos B$ をかけて

$a\cos A\sin B=\boxed{b\sin A\cos B}$ (2)

両辺を $\sin A\sin B$ で割って

$\frac{a}{\sin A}\cos A=\boxed{\frac{b}{\sin B}\cos B}$ (3)



正弦定理から $\cos A=\boxed{\cos B}$ (4)

よって の二等辺三角形 (6)

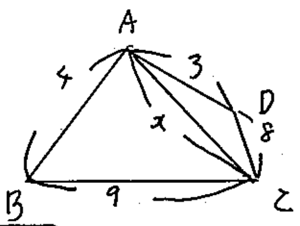
$a=b$ (5)

$AC=BC$

(6点)

4段

6. (1) $\triangle ABC$と$\triangle ACD$ができれば



より. $\triangle ABC \rightarrow$ ~~$4+x>9$~~ $5<x<13$

$\triangle ACD$ $5<x<11$ $\therefore$ $5<x<11$

(2) Heronの公式から $\triangle ABC$, $\triangle ACD$の面積をそれぞれS_1, S_2とすると $S_1 = \sqrt{10 \times 6 \times 1 \times 3} = 6\sqrt{5}$

$S_2 = \sqrt{9 \times 2 \times 1 \times 6} = 6\sqrt{3}$ $\therefore S = 6(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

(3点)

---

7. $A = a^x$, $B = a^{-x}$ とおけば

$$\frac{a^{4x}-a^{-4x}}{a^x-a^{-x}} = \frac{A^4-B^4}{A-B} = \frac{(A+B)(A-B)(A^2+B^2)}{A-B}$$

$= (A+B)(A^2+B^2)$ ここで $A^2 = a^{2x} = 5$, $B^2 = \frac{1}{5}$

$A = \boxed{a^x = \pm\sqrt{5}}$ なので $\boxed{B = \pm\frac{1}{\sqrt{5}}}$ (複号同順)

$\therefore$ 与式 $= \pm\left(\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(5+\frac{1}{5}\right) = \pm\frac{156}{5\sqrt{5}}$

(5点)

---

8. $x = 6^{35}$とおけば $\log_{10} x = \boxed{35}^{(1)} \log_{10} 6$

$= \boxed{35}^{(1)}(\log_{10} 2 + \log_{10} 3)^{(2)} = \boxed{35}^{(1)} \times (0.7781)^{(3)}$

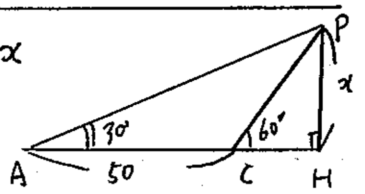
$= (27.2335)^{(4)}$ 従って $10^{\boxed{27}} < x < 10^{\boxed{28}}$ (5) (6) だから

6^{35}は $\boxed{28}$ (7) 桁.

(4点)

---

9. 高さを x とすれば $CH = \frac{1}{\sqrt{3}}x$



$\therefore \dfrac{x}{50+\frac{x}{\sqrt{3}}} = \tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\sqrt{3}x = 50 + \frac{x}{\sqrt{3}}$ より $\frac{2}{\sqrt{3}}x = 50$

$\therefore x = 25\sqrt{3}$ m

(4点)