

[1] $x^2 - 2x + 5 = 0$ [2] $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

(3) 2次方程式 $x^2 - 2kx - k + 2 = 0$ が2重解をもつように、実数 k の値を求めよ。

(4) $2x^2 + x + 1 = 0$ の解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値を求めよ。

(5) 次の2次式を因数分解せよ。なお、係数の範囲を複素数まで広げて答えよ。

[1] $3x^2 - 7x + 5$ [2] $2x^2 + 3x - 1$

(6) 方程式 $2x^4 - x^2 - 1 = 0$ を解け。

(7) 次の計算の [] に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。

(ここから) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 17x + 10$ とおく。 $P(1) = 0$ だから因数定理より $P(x)$ は $x - 1$ で割り切れる。このときの商を $Q(x)$ とすれば、 $Q(x) = [1]$ となる。さらに $Q(2) = 0$ だから $Q(x)$ は $x - 2$ で割り切れ、このときの商を $R(x)$ とすれば、 $R(x) = [2]$ となる。

以上より方程式 $P(x) = 0$ の解は $x = [3]$ となる。(ここまで)

(8) 次の方程式を解け。

[1] $2|x| = x + 2$ [2] $\frac{x}{x-2} - \frac{4}{x-1} = \frac{x+3}{x^2-3x+2}$ [3] $\sqrt{x+3} = x-3$

3. 複素数 $\alpha = a + bi, \beta = c + di$ (a, b, c, d : 実数) について、次のものを求めよ。ただし、答のみ。(7点)

(1) $\bar{\alpha}$ (2) $\overline{\alpha + \beta}$ (3) $|\alpha|^2$ (4) $\alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta$

(5) $|\alpha|^2 + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + |\beta|^2 = ([1])^2 + ([2])^2$ が成り立つような実数 [1], [2] を答えよ。(順不同)

4. $x = \frac{2a}{1+a^2}$ ($-1 \leq a \leq 1$) のとき、次の式を a の簡単な式で表せ。ただし、答のみ。(6点)

(1) $\sqrt{1+x}$ (2) $\sqrt{1-x}$ (3) $\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$

5. 方程式 $x^4 + 2x^2 + 4 = 0$ を解け。(6点)

6. 方程式 $x^2 = -1 + \sqrt{3}i$ の解法に関する次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお () は文字式, [] は数値である。ただし、答のみ。(6点)

(ここから) $x = a + bi$ (a, b : 実数) とすれば $x^2 = (a + bi)^2 = (1) + (2)i$ となるから

連立方程式 $\begin{cases} (1) = -1 \\ (2) = \sqrt{3} \end{cases}$ を得る。これを解けば $a = \pm [3], b = \pm [4]$ (複号同順)

(ここまで)

7. 連立1次方程式
$$\begin{cases} x + 4y - 2z + 4w = 12 \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 3y + 6z - 2w = 9 \cdots \textcircled{2} \\ 3x + 7y + 3z + 2w = 18 \cdots \textcircled{3} \\ 4x + y + 7z - 5w = 3 \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$
 の解法 (Gauss 消去法) に関する次の計算

の括弧に入る最も適切な数値を解答用紙に書け。ただし、答のみ。(9点)

(ここから) ①を用いて②, ③, ④から x を消去すると
$$\begin{cases} x + 4y - 2z + 4w = 12 \cdots \textcircled{1} \\ -5y + 10z - 10w = (1) \cdots \textcircled{2}' \\ -5y + 9z - 10w = (2) \cdots \textcircled{3}' \\ -5y + 5z - 7w = (3) \cdots \textcircled{4}' \end{cases}$$

さらに②'を用いて③', ④'から y を消去すると

$$\begin{cases} x + 4y - 2z + 4w = 12 \cdots \textcircled{1} \\ -5y + 10z - 10w = (1) \cdots \textcircled{2}' \\ -z = (4) \cdots \textcircled{3}'' \\ -5z + 3w = (5) \cdots \textcircled{4}'' \end{cases}$$
 となる。③''より $z = (6)$ となりこれと④''より $w = (7)$ と

なる。これらを②'に代入して $y = (8)$ となるから、最後に①から $x = (9)$ となる。(ここまで)

8. $a \geq 1$, $x = 2\sqrt{a-1}$ のとき, $\sqrt{x^2 - a^2}$ を a の簡単な式で表せ。(6点)

9. 周囲の長さが 25cm , 面積が 25cm^2 の直角三角形の3辺の長さを求めよ。(10点)

Hint: 斜辺の長さを $z\text{cm}$, それ以外の2辺の長さを $x\text{cm}$, $y\text{cm}$ として連立方程式を立てて解け。