

2017年度前期中間試験問題・基礎数学 I (SC1)

注意： 答のみの問題で，問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば

$x^2+2x-3=(1)(x-1)$ となっていたら (1) の正解は $(x+3)$ であり， $((1))(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また， unnecessary 括弧をつけた解答も減点もしくは 0 点とする。

1. 次の各問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) 整式 $P(x)=x^3+ax^2-4x+3$ について次の問いに答えよ。なお， a は定数とする。

[1] $P(x)$ を整式 $x-2$ で割ったときの余り R を求めよ。

[2] $P(x)$ を整式 $x+3$ で割ったときの余り S を求めよ。

[3] $R=S$ となるとき， a の値を求めよ。

(2) x^3+2x^2-5x-6 を因数分解せよ。

(3) 整式の組 $x^2+2x-15$, $2x^2-5x-3$, x^2-6x+9 について次の問いに答えよ。

[1] 最小公倍数 L.C.M. を求めよ。 [2] 最大公約数 G.C.M. を求めよ。

(4) 次の計算の [] に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。

(ここから) 整式 $A=6x^2+5x-1$ を $2x+1$ で割ったときの商を Q ，余りを R とすれば
 $Q=[1]$ ， $R=[2]$ となるから A を商と余りを用いて等式で表せば $A=[3]$ となる。
 (ここまで)

(5) 次の整式 $A(x)$ を整式 $B(x)$ で割ったときの余りを求めよ。

[1] $A(x)=3x^2+x+1$, $B(x)=3x+2$ [2] $A(x)=x^3+2x^2+3x+5$, $B(x)=x-2$

(6) 整式 $2x^3-5x^2-x+a$ が $2x+3$ で割り切れるように定数 a の値を求めよ。

(7) 次の式を因数分解せよ。

[1] $x^2-8x-20$ [2] $12x^2+5xy-2y^2$ [3] $4x^3-9x^2y$

[4] $x^2+xy-2y^2+2x-5y-3$ [5] $ab-b-ac+c$

2. 次の各問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) 次の式を()の指示に従って整理せよ。

[1] $3x^2-5+4x-x^2-3x-4$ (降べきの順)

[2] $x^2-2x^3+3x^3-3x-4x^2-x$ (昇べきの順)

(2) $A=3x^3-2x^2+x$, $B=2x^3-2x+4$ について次の問いに答えよ。

[1] $A+B$ を計算し，降べきの順に整理して答えよ。

[2] $A-B$ を計算し，昇べきの順に整理して答えよ。

(3) 次の式を計算せよ。

[1] $(x+3y)(2x-y)$ [2] $(-2ab^3)^3$ [3] $(2x+3)^2$

[4] $(a+3)(a^2-3a+9)$ [5] $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

[6] $(-ab)^2(-2a^3b)$ [7] $(2x+3y)^3$ [8] $(x-2y-3)^2$

(4) 次の整式の組の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

[1] a^2b-ab^2 , a^3-b^3 [2] ab^2c , a^2c^2d , $a^4b^3c^3$

(5) 繁分数式 $\frac{a - \frac{1}{a^2}}{1 - \frac{1}{a}}$ を簡単にせよ。

(6) 次の分数式を既約分数式になおせ。

[1] $\frac{18x^2y^6z}{12xy^3z^4}$ [2] $\frac{xy^2 - x^3}{x^2y^2 + x^3y}$

(7) 次の式を簡単にせよ。

[1] $\frac{a}{a+2b} + \frac{2ab}{a^2-4b^2}$ [2] $\frac{x^2-x-2}{x^2-3x} \times \frac{x-3}{x^2+3x+2} \div \frac{x-2}{x^2+2x}$

3. 整式 $P(x) = x^4 - 4x^3 - 5x^2 - 2x + 10$ を因数定理を用いて因数分解する次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。ただし、答のみ。(9点)

(ここから) $P(1) = 0$ だから $P(x)$ は (1) で割り切れる。 $P(x)$ を (1) で割ったときの商を $Q(x)$ とすれば $Q(x) =$ (2) である。 $Q(x) = 0$ となる整数は (3) であるから $Q(x)$ は (4) で割り切れる。 $Q(x)$ を (4) で割ったときの商を $S(x)$ とすれば $S(x) =$ (5) である。以上より $P(x)$ を因数分解すると (6) となる。(ここまで)

4. 次の式を因数分解せよ。ただし、答のみ。(6点)

(1) $4x^4 + 3x^2 + 1$ (2) $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ (3) $x^6 - 9x^3 + 8$

5. 整式 $A = x^3 - 2x^2 - x + 4$, $B = x^2 - 3x + 2$, $C = x^3 - 3x^2 - x + 6$, $D = x^2 - 4x + 3$ について、次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。ただし、答のみ。(6点)

(ここから) $A \div B$ を計算すると商は (1) で余りは (2) となり、 $C \div D$ を計算すると商は (3) で余りは (4) となる。また B と D の最小公倍数は (5) であるから $\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{(6)}{(5)}$ となる。(ここまで)

6. 整式 $P(x)$ を $Q(x)$ で割ると、商が $x^2 + x + 1$ で余りが $x^4 + 1$ になった。 $P(x)$ を $x^2 + x + 1$ で割ったときの余りを求めよ。(4点)

7. x の整式 $A = x^2 - 5x - 6$ と B の最大公約数が $x + 1$, 最小公倍数が $x^3 - 10x^2 + 19x + 30$ であるという。 B を求めよ。(7点)

8. x の2次の整式 A と3次の整式 B について、積が $AB = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ で最大公約数が $G = x - 1$ であるという。このとき次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。ただし、答のみ。(12点)

(ここから) $C = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ と置く。 $A = PG$, $B = QG$ (P, Q は互いに素) とすれば $AB = PQG^2$ であるから C は G^2 で割り切れる。そこで C を G で割った商を D とすれ

ば $D = (1)$ であり, D を G で割った商を E とすれば $E = (2)$ となる。整式 E の値が 0 になる x の値 a を整数で求めると $a = (3)$ となるから, E を $x - ((3))$ で割った商を F とすれば $F = (4)$ となる。以上から A, B の次数より $P = (5)$, $Q = (6)$ となる。従って $A = (7)$, $B = (8)$ となる。(ここまで)

9. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ を因数分解せよ。(6点)