後期中間試験問題・数学B（M2）

１．３点 $A(1,-1,2)$, $B(-4,3,-1)$, $C(2,1,-1)$ について、次の各問いに答えよ。ただし、答のみ。

（1） $\overrightarrow{AB}$ の成分表示を求めよ。　　（2） $\overrightarrow{BC}$ の成分表示を求めよ。

（3） $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{BC}$ を求めよ。　　（4） ２点 A , B を通る直線の方程式を求めよ。

（5） ２点 A , C を通る直線の方程式を求めよ。

（6） $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ の両方に垂直で、z 成分が７であるベクトル $\vec{n}$ の成分表示を求めよ。

（7） ３点 $A(1,-1,2)$, $B(-4,3,-1)$, $C(2,1,-1)$ を通る平面の方程式の一般形を求めよ。($ax+by+cz=d$ または $ax+by+cz+d=0$ の形)

２．次の各問いに答えよ。ただし、答のみ。

（1） 方程式 $x^2+y^2+z^2+2x-2y+6z+8=0$ で表される球の中心の座標を求めよ。

（2） 上の（1）の球の半径を求めよ。

（3） ２点 $(-1,2,1)$, $(2,-1,3)$ の間の距離を求めよ。

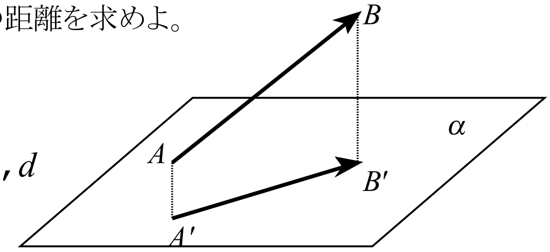
（4） 次の方程式で表される２直線が垂直であるように、定数 k の値を求めよ。

$$\frac{x-1}{2}=-y-2=\frac{z-3}{3},\quad \frac{x+1}{-2}=\frac{y-3}{4}=\frac{1-z}{k}$$

（5） ２点 $A(2,-1,1)$, $B(-1,1,1)$ を結ぶ線分 AB を $1:3$ に内分する点の座標を求めよ。

（6） $\vec{a}=(-1,0,-1)$, $\vec{b}=(2,2,1)$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

（7） 点 $(1,-2,-3)$ と平面 $-3x+2y-z=7$ との距離を求めよ。



３．２点 $A(x_0,y_0,z_0)$, $B(x_1,y_1,z_1)$ と平面 $\alpha: ax+by+cz+d=0$ を考える。ただし、a,b,c,d は定数で、$\vec{n}=(a,b,c)\neq\vec{0}$ とする。このとき、次の文章の括弧に入る最も適切な文字式、ベクトルを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

(ここから) A を通り α に垂直な直線の媒介変数 t による方程式は、$x=$ (1) , $y=$ (2) , $z=$ (3) となる。この直線と α との交点を $A'(x_0', y_0', z_0')$ とすると、A' の座標を与える t は $t=$ (4) … ① となる。同様に B を通り α に垂直な直線の媒介変数 s による方程式は、$x=$ (5) , $y=$ (6) , $z=$ (7) となり、この直線と α との交点を $B'(x_1', y_1', z_1')$ とすると、B' の座標を与える s は $s=$ (8) … ② となる。$\therefore \overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}+(s-t)$ (9) … ③

ここで、①、②から $s-t=$ (10) これを③に代入して $\overrightarrow{A'B'}$ の成分表示を求めると

$\overrightarrow{A'B'}=$ ((11) , (12) , (13)) これを成分を用いないで $\overrightarrow{AB}$, $\vec{n}$, $|\vec{n}|$ を用いて表せば

$\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}-$ (14) となる。

４．２つの直線 $l_1: x-1=4-y=\dfrac{z+6}{3}$, $l_2: \dfrac{x-7}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=2-z$ について、次の問いに

答えよ。ただし、(1),(2) は<u>答のみ</u>。

(1) l_1 の媒介変数 t による方程式を求めよ。　(2) l_2 の媒介変数 s による方程式を求めよ。

(3) l_1 と l_2 の交点(共有点)は存在するか調べよ。存在する場合は、その座標を求めよ。

(4) l_1 と l_2 の交点が存在する場合は、l_1, l_2 の両方を含む平面 α の方程式を求めよ。l_1 と l_2 の交点が存在が存在しない場合は、l_1 を含み l_2 と平行な平面 β の方程式を求めよ。

注意： 直線を含む平面とは、その直線上のすべての点が平面上の点となるもの。直線と平行な平面とは、その直線と平面の共有点が存在しないもの。

5． 3つのベクトルからなる組 $\vec{a}=(2,2,-4)$, $\vec{b}=(1,3,-3)$, $\vec{c}=(3,-5,-2)$ は、線形独立か線形従属か調べよ。

6． 球 $x^2+y^2+z^2-8x+4y-6z+13=0$ と平面 $\alpha(d): x-2y-z+d=0$ について、次の問いに答えよ。

(1) $\alpha(d)$ がこの球面の接平面になるときの定数 d の値を求めよ。

(2) $d=3$ のときの平面 $\alpha(3)$ とこの球とは交わる。このときの交線の円の中心の座標と半径を求めよ。