

2014年度前期末試験問題・数学B (M2)

1. $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (1, -1)$ について、次の各問いに答えよ。ただし、答のみ。

(1) $|\vec{a}|$ を求めよ。 (2) $|\vec{b}|$ を求めよ。 (3) $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ の成分表示を求めよ。

(4) $\left| \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} \right|$ を求めよ。 (5) $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \left(-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} \right)$ を求めよ。

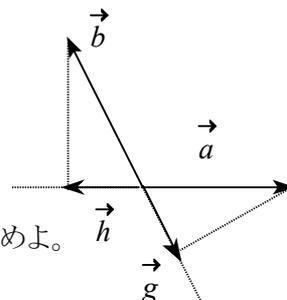
(6) $\vec{a} \perp \vec{c}$, $|\vec{c}| = 1$ を満たす平面ベクトル \vec{c} の成分表示を求めよ。

(7) $\vec{b} \perp \vec{d}$, $|\vec{d}| = 1$ を満たす平面ベクトル \vec{d} の成分表示を求めよ。

(8) \vec{b} の \vec{a} 上への正射影を \vec{h} とする。 \vec{h} の成分表示を求めよ。

(9) \vec{a} の \vec{b} 上への正射影を \vec{g} とする。 \vec{g} の成分表示を求めよ。

(10) $(\vec{b} - \vec{a}) \perp \vec{k}$, $|\vec{k}| = 1$ を満たす平面ベクトル \vec{k} の成分表示を求めよ。



2. $\vec{a} = (9, -2)$, $\vec{b} = (k, 2)$ であるとき、次の各問いに答えよ。ただし、答のみ。

(1) $(\vec{b} - \vec{a}) \perp \vec{b}$ となるように定数 k の値を定めよ。

(2) $(\vec{b} - \vec{a}) \perp \vec{a}$ となるように定数 k の値を定めよ。

(3) $(\vec{b} - \vec{a}) \perp (\vec{b} + \vec{a})$ となるように定数 k の値を定めよ。

(4) $(\vec{b} - \vec{a}) \parallel \vec{b}$ となるように定数 k の値を定めよ。

(5) $(\vec{b} - \vec{a}) \parallel \vec{a}$ となるように定数 k の値を定めよ。

3. 3点 $A(-1, 0)$, $B(2, -1)$, $C(x, y)$ と実数 k について、 $\overrightarrow{BC} = k\overrightarrow{AB}$, $|\overrightarrow{BC}| = 20$ が成り立つとき、 k の値と点 C の座標を求めよ。

4. $|\vec{a}|^2 = 2$, $|\vec{b}|^2 = 3$ で、 \vec{a}, \vec{b} のなす角が $\frac{3}{4}\pi$ のとき、 $2\vec{a} + \vec{b}$ の大きさを求めよ。

5. 2個のベクトル $\vec{a} = (3, 4)$, $\vec{b} = (x, y)$ は、大きさが等しく、なす角が $\frac{3}{4}\pi$ であるとする。 \vec{b} を

求める次の解法の () に入る最も適切な数値、またはベクトルの成分表示を解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \text{ だから、 } x^2 + y^2 = (1) \dots \textcircled{1}$$

$$\text{なす角が } \frac{3}{4}\pi \text{ だから、 } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \frac{3}{4}\pi \therefore 3x + 4y = (2) \dots \textcircled{2}$$

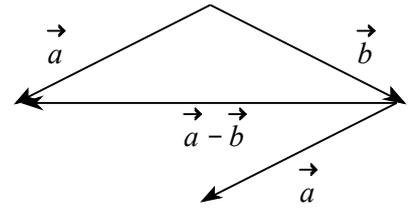
①, ②を連立させて x の2次方程式を導くと、 $2x^2 + (3)x - (4) = 0$ となる。これを解いて

$x = (5)$, (6) (降順:大きい順)となる。 $x = (5)$ のとき、②より $y = (7)$

$x = (6)$ のとき、同じく②より $y = (8)$ となる。以上より

$$\vec{b} = \begin{cases} (9) & (x = (5)) \\ (10) & (x = (6)) \end{cases} \text{ となる。}$$

6. 問題5の結果から $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$ を計算することにより $\cos \frac{\pi}{8}$ の値を求めよ。指示に従わない解法には点を与えない。



7. 2点 $A(2, 5)$, $B(7, -3)$ について、次の各問いに答えよ。ただし、**答のみ**。

- (1) A, B を通る直線 l の媒介変数 t による方程式を求めよ。
- (2) (1) の直線 l の法線ベクトルを1つ求め、その成分表示をかけ。
- (3) 点 $C(1, 1)$ と(1)の直線 l との距離を求めよ。
- (4) 線分 CA の中点を通り、 \overrightarrow{CA} に垂直な直線 m の方程式を求めよ。
- (5) 線分 BC の中点を通り、 \overrightarrow{BC} に垂直な直線 n の方程式を求めよ。

8. \vec{a}, \vec{b} は零ベクトルでなく、また平行でないとする。 $\vec{c} = \frac{1}{|\vec{a}|} \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \vec{b}$ とするとき、次の各問いに答えよ。(注意: 「ひし形」の性質など使った幾何学的な証明、解答には点を与えない)

(1) $\vec{c} \neq \vec{0}$ であることを背理法で証明せよ。

(2) \vec{a} と \vec{c} のなす角を α ($0 < \alpha < \pi$) とするとき、 $\cos \alpha = \frac{1}{|\vec{c}|} \left(1 + \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \right)$ となることを計算により示せ。

(3) \vec{b} と \vec{c} のなす角を β ($0 < \beta < \pi$) とするとき、 $\cos \beta$ を計算により求めよ。