# 2015年度夏季休業明け試験問題・数学B(E2)

1．連立1次方程式 $\begin{cases} ax+y+z=1 & \cdots ① \\ x+ay+z=a & \cdots ② \\ x+y+az=a^2 & \cdots ③ \end{cases}$ の解法に関する以下の計算の括弧に入る最も適切な

答えを解答用紙にかけ。ただし，$\boxed{\text{答のみ。}}$ (25点)

(ここから) ①と③を交換。$\begin{cases} x+y+az=a^2 & \cdots ③ \\ x+ay+z=a & \cdots ② \\ ax+y+z=1 & \cdots ① \end{cases}$

②－③, ①－$a$×③ → $\begin{cases} x+y+az=a^2 & \cdots ③ \\ ((\ 1\ ))y+((\ 2\ ))z=(\ 3\ ) & \cdots ④ \\ ((\ 4\ ))y+((\ 5\ ))z=(\ 6\ ) & \cdots ⑤ \end{cases}$

⑤+④ → $\begin{cases} x+y+az=a^2 & \cdots ③ \\ ((\ 1\ ))y+((\ 2\ ))z=(\ 3\ ) & \cdots ④ \\ ((\ 7\ ))z=(\ 8\ ) & \cdots ⑥ \end{cases}$

( 7 )=0 を解くと $a=(\ 9\ ),(\ 10\ )$ $\big((\ 9\ )<0,(\ 10\ )>0\big)$となる。

*Case*1： $a\neq(\ 9\ )$ かつ $a\neq(\ 10\ )$，このとき $z=(\ 11\ )$ となり，これを④に代入して

$y=(\ 12\ )$ となる。最後にこれらを③に代入して $x=(\ 13\ )$ となる。

*Case*2： $a=(\ 10\ )$，このとき $x=s,y=t,z=(\ 14\ )$ $(s,t$ は任意の実数$)$となる。

*Case*3： $a=(\ 9\ )$，このときこの連立1次方程式は解を持たない。 (ここまで)

2．次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。ただし，$\boxed{\text{答のみ。}}$ (14点)

(ここから) O を原点とし，A, B を平面上の異なる 2 点とし，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。A, B を直径の両端とする円上の任意の点を P とし，その位置ベクトルを $\vec{p}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ とすれば

$\left(\vec{p}-\vec{a}\right)\bullet\left(\vec{p}-(\ 1\ )\right)=(\ 2\ )$ ⋯ ① これがこの円のベクトル方程式である。

$\mathrm{A}(a_1,a_2),\mathrm{B}(b_1,b_2),\mathrm{P}(x,y)$ とするとき $\vec{p}-\vec{a},\vec{p}-\vec{b}$ を成分で表せば，$\vec{p}-\vec{a}=(\ 3\ )$，

$\vec{p}-\vec{b}=(\ 4\ )$ となる。これらを①に代入して展開すると

$x^2+y^2+((\ 5\ ))x+((\ 6\ ))y+(\ 7\ )=0$，これを変形すると

$(x+((\ 8\ )))^2+(y+((\ 9\ )))^2=(\ 10\ )\left(((\ 5\ ))^2+((\ 6\ ))^2\right)-((\ 7\ ))$

従って中心の座標は ( 11 ) であり，半径は ( 12 ) となる。

3． $\boxed{\text{零でない}}$ ベクトル $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ が $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ $\left(\vec{0}:\text{零ベクトル}\right)$を満たすとき，次の問いに

答えよ。ただし，$\boxed{\text{答のみ。}}$ (4点)

（1） 内積 $a\bullet b$ を $|\vec{a}|,|\vec{b}|,|\vec{c}|$ を用いて表せ。

（2） $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=L$ のとき，$a\bullet b$ を $L$ の式で表せ。

(3)　(2) のとき，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角 $\theta$ を求めよ。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。

4．$\mathrm{R}^3$ の部分空間 $W_1$，$W_2$ を

$$W_1 = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \middle| \; x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \right\},\quad W_2 = \left\{ \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \middle| \; x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \right\}$$

とする。次の問いに答えよ。ただし，$\boxed{\text{(3),(4),(6) は答のみ。}}$ (32点)

(1)　$W_1$ の１組の基底を求めよ。　(2)　$W_2$ の１組の基底を求めよ。

(3)　$W_1 + W_2$ の１組の基底を求めよ。

(4)　$W_1 \cap W_2$ の次元を求めよ。なお，$dim\left(W_1 + W_2\right) = dim\, W_1 + dim\, W_2 - dim\left(W_1 \cap W_2\right)$ が成り立つ。

(5)　$W_1$ の直交補空間 $W_1{}^{\perp}$ の１組の基底を求めよ。

(6)　$W_2$ の直交補空間 $W_2{}^{\perp}$ の１組の基底を求めよ。

5．次の問いに答えよ。ただし，$\boxed{\text{答のみ。}}$ (5点)

(1)　点 A (1，2，3) について，次の点の座標を求めよ。

[1]　$zx$ 平面に対して対称な点 P

[2]　原点に関して対称な点 Q

(2)　(1) [1] の P と (1) [2] の Q の距離を求めよ。

(3)　(1) [1] の P と点 B (−1，0，$z$) の距離が 4 であるとき，$z$ の値を求めよ。