# 2015年度前期中間試験問題・数学B（E2）

１．楕円 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$ について、次に各問いに答えよ。ただし、<u>答のみ</u>。

（1） 焦点の座標を求めよ。　（2） 長軸の長さを求めよ。　（3） 短軸の長さを求めよ。

（4） 楕円上の点 $\mathrm{P}\left(\sqrt{5},\ \dfrac{2}{3}\right)$ における接線の方程式を求める以下の解法の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。

(ここから) 傾きを $m$ とすれば、点 P を通るので求める接線の方程式は $y=$［ 1 ］ … ①

となる。楕円の方程式と連立させて $x$ の２次方程式を導くと $\left(9m^2+1\right)x^2+$［ 2 ］$x+$［ 3 ］$=0$

となる。この方程式の判別式を $D$ とすれば、$\dfrac{D}{4}=36m^2+$［ 4 ］$m+$［ 5 ］となる。２次方程式が重解をもつ場合だから $m=$［ 6 ］となり、これを①に代入すれば、接線の方程式は $y=$［ 7 ］

(ここまで)

（5） 不等式 $x^2+9y^2<9$ の表す領域を斜線で示せ。注意：境界となる曲線と各軸との交点がわかるような図をかけ。また、境界を含むのか否かもかけ。

２．双曲線 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=-1$ について、次に各問いに答えよ。ただし、<u>答のみ</u>。

（1） 焦点の座標を求めよ。　（2） 漸近線の方程式を求めよ。　（3） 主軸の長さを求めよ。

（4） 頂点の座標を求めよ。

（5） 不等式 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}\geqq-1$ の表す領域を斜線で示せ。注意：境界となる曲線と各軸との交点および漸近線 (点線でかく) がわかるような図をかけ。また、境界を含むのか否かもかけ。

３．問題２の双曲線について、さらに次の各問いに答えよ。

（1） この双曲線の、傾きが $-1$ である接線の方程式を求めよ。

（2） この双曲線上の点 $\mathrm{P}\left(1,\ -\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\right)$ おける接線の方程式を求める以下の解法の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、<u>答のみ</u>。

(ここから) 傾きを $m$ とすれば、点 P を通るので求める接線の方程式は $y=$［ 1 ］ … ①

となる。双曲線の方程式と連立させて $x$ の２次方程式を導くと

$\left(9-4m^2\right)x^2+$［ 2 ］$x-($［ 3 ］$)=0$ となる。この方程式の判別式を $D$ とすれば

$\dfrac{D}{4}=108m^2+$［ 4 ］$m+$［ 5 ］$=9($［ 6 ］$)^2$ となる。２次方程式が重解をもつ場合だから

$m=$［ 7 ］となり、これを①に代入すれば、接線の方程式は $y=$［ 8 ］

(ここまで)

４．円 $x^2+y^2-4x+4y-1=0$ について、次に各問いに答えよ。ただし、(1)，(2) は<u>答のみ</u>。

（1） 中心の座標を求めよ。　（2） 半径の値を求めよ。

（3） この円上の点 $\mathrm{A}\left(4,\ -2-\sqrt{5}\right)$ における接線の方程式を求めよ。

（4） この円の、傾きが 2 である接線の方程式を求めよ。

5． 放物線 $y^2=-8x$ … ① について、次の各問いに答えよ。

ただし、(1),(2),(3),(5) は<u>答のみ</u>。

（1） 焦点の座標を求めよ。　　（2） 準線の方程式を求めよ。

（3） 連立不等式 $\begin{cases} y^2 \leqq -8x & \cdots ② \\ x \geqq -2 & \cdots ③ \end{cases}$ の表す領域を斜線で図示せよ。注意：②、③の各境界の共有点を明記せよ。また、境界を含むか否かもかけ。

（4） (3) の連立不等式を満たす点 $(x, y)$ について、$y+2x$ の最大値、最小値を求めよ。また、それを与える $x, y$ の値も求めよ。

（5） 次の文章の [　] に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。

(ここから) (3) の連立不等式を満たす $x, y$ について、$y+mx$ の最大値、最小値を求める。ただし、$m>0$ の定数とする。(4) と同様に考えて $x=$[ 1 ], $y=$[ 2 ] で最小値 [ 3 ] をとる。直線 $y=-mx+k$ が①に接するのは $k=$[ 4 ] のときで、このときの接点の座標は [ 5 ] である。この接点が連立不等式を満たすのは $m \geqq$[ 6 ] のときで、そのときの最大値は [ 7 ] である。$0<m<$[ 6 ] のときは $x=$[ 8 ], $y=$[ 9 ] で最大値 [ 10 ] をとる。(ここまで)

6． 次の各問いに答えよ。ただし、<u>答のみ</u>。

（1） 焦点が $\left(0, \pm\sqrt{2}\right)$ で短軸の長さが $2\sqrt{7}$ の楕円の方程式を求めよ。

（2） 楕円 $\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{16}=1$ の焦点の座標を求めよ。

（3） 漸近線が $y=\pm 2x$ で、点 $(0, 3)$ を通る双曲線の方程式を求めよ。

（4） (3) の双曲線の焦点の座標を求めよ。