2013年度後期中間試験問題・数学B（D2）

１． 次の文章の括弧に入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

平面 $x+2y+3z=1$ の１つの法線ベクトル $\vec{n}$ を求めると、$\vec{n}=(1,(\ 1\ ),(\ 2\ ))$ となる。いまベクトル $\vec{v}=(5,8,7)$ を考え、$\vec{v}-k\vec{n}$ が $\vec{n}$ と垂直になるように数 k を求めると、$k=(\ 3\ )$ となる。このとき $\vec{v}-k\vec{n}$ の成分表示は（ 4 ）となる。

２． 次の行列式の値を求めよ。ただし、答のみ。

(1) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$　　(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 7 \end{vmatrix}$

３． 次の文章の括弧に入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

直線 $l:\ x-2=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-4}{3}$ と平面 $\alpha:\ x+2y+3z=0$ を考える。l の１つの方向ベクトル $\vec{v}$ を求めると、$\vec{v}=(-1,(\ 1\ ),(\ 2\ ))$ であり、α の１つの法線ベクトルを求めると、$\vec{n}=(\ 3\ )$ となる。また l と α の交点の座標は（ 4 ）である。また、$\vec{v}$ と $\vec{n}$ の外積を成分表示すれば（ 5 ）である。

４． 次の文章の括弧に入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

$\vec{a}=(2,1,3)$，$\vec{b}=(-1,3,x)$ とする。$x=(\ 1\ )$ のとき、$\vec{a}\perp\vec{b}$ となる。また、$x=(\ 2\ )$ のとき、$\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角が $\dfrac{\pi}{3}$ となる。ただし、$(\ 2\ )>0$ とする。

５． ３点 $A(1,2,3)$，$B(2,3,1)$，$C(3,1,2)$ があるとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のそれぞれの大きさと２つのベクトルのなす角 θ を求めよ。ただし、$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

(2) 三角形 ABC の重心を G とするとき、$\overrightarrow{AG}$ の成分表示を求めよ。

(3) $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ の両方と垂直なベクトルの成分表示を<u>外積を用いて</u>求めよ。外積を用いていない場合は点を与えない。

(4) A，B，C を通る平面を α とする。α に垂直で、点 G を通る直線 l の方程式（媒介変数 t によるもの）を求めよ。

(5) l 上の点 D で、$\left|\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$ となるものの座標を求めよ。

(6) 点 D と平面 α との距離を求めよ。

６． 次の各問いに答えよ。ただし、答のみ。

(1) ２平面 $\alpha:\ 2x+3y+6z+3=0$，$\beta:\ 4x-y-9z-2=0$ のなす角 θ を求めよ。ただし、$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする。

（2） 球 S_1 **:** $x^2+y^2+z^2-4x+2y=0$ の半径を求めよ。

（3） （2）の円 S_1 の中心と、（1）の平面 β との距離を求めよ。

（4） S_1 が β によって切り取られる円の半径を求めよ。

（5） $\vec{a}=(1,3,-2)$, $\vec{b}=(2,-1,3)$ の両方と垂直な<u>単位ベクトル</u>の成分表示を求めよ。

（6） ２点 $A(-2,-1,1)$, $B(2,5,3)$ を直径の両端とする球 S_2 の方程式を求めよ。

（7） （6）の球 S_2 の接平面で、（1）の平面 α と平行なものの方程式を求めよ。

7． 平面 α : $x+2y+3z-6=0$ と x 軸、y 軸、z 軸との交点をそれぞれ A , B , C とする。このとき、次の問いに答えよ。

（1） $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角を θ とするとき、$\sin\theta$ の値を求めよ。ただし、$0\leqq\theta\leqq\pi$ とする。

（2） 三角形 ABC の面積を求めよ。ただし、答のみ。

8． $\vec{a}=(2,2,-4)$, $\vec{b}=(1,3,-3)$, $\vec{c}=(3,-5,-2)$ は線形独立か線形従属か調べよ。

9． 次の文章の括弧に入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

２つの球 S_1 : $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=12$, S_2 : $(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=5$ の中心をそれぞれ O_1 , O_2 とする。$\left|\overrightarrow{O_1O_2}\right|=$（ １ ）であり、これは２つの球の半径の和より小さいから S_1 , S_2 は交わり、円ができる。この円は S_1 , S_2 の方程式を連立させて導かれる方程式（ ２ ）で表される平面上にある。この平面と O_1 との距離が（ ３ ）であるから交わってできる円の半径は（ ４ ）となる。また O_1 , O_2 を通る直線と円が乗っている平面との交点がこの円の中心だからその座標は（ ５ ）となる。