

2013年度学年末試験問題・数学B(1-3)

1. 次の問いに答えよ。ただし、答のみ。

- (1) 点 $A(2, -2)$, $B(5, 4)$ があり、三角形 ABC の重心の座標が $(1, 3)$ であるとき、点 C の座標を求めよ。
- (2) 点 $(-1, 2)$ を通り、傾きが 4 の直線の方程式を求めよ。
- (3) 2点 $(-\sqrt{2}, 4)$, $(-\sqrt{2}, -5)$ を通る直線の方程式を求めよ。
- (4) 直線 $x+2y-4=0$ の法線ベクトル \vec{n} を1つ求めてその成分表示を答えよ。
- (5) 点 $(1, 3)$ を通り、直線 $x+2y+3=0$ に平行な直線の方程式を求めよ。
- (6) 2点 $(5, 1)$, $(1, 3)$ を結ぶ線分の垂直二等分線の方程式を求めよ。
- (7) 2点 $(3, 1)$, $(2, 5)$ から等距離にある y 軸上の点の座標を求めよ。
- (8) 点 $(9, 9)$ と、直線 $2y-3x=4$ との距離を求めよ。
- (9) 点 $(1, -2)$ を通り、直線 $5x+2y-5=0$ に垂直な直線の方程式を求めよ。
- (10) 直線 $3x-4y-15=0$ の方向ベクトル \vec{v} を1つ求めてその成分表示を答えよ。
- (11) 条件 $1 \leq x < 3$ の否定を答えよ。
- (12) m, n は整数とする。このとき命題「 mn が偶数 $\rightarrow m$ または n が偶数」の裏をかけ。
- (13) $a=b=2$ は、 $ab=4$ であるための何条件か。
- (14) 命題「 $x^2-3x+2=0 \rightarrow x=1$ 」の対偶をかけ。

2. 直線 $l: x \cos \theta + y \sin \theta + c = 0$ について、次の問いに答えよ。ただし、 θ, c は定数で $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たす。

- (1) l の法線ベクトルを1つ求めてその成分表示を答えよ。ただし、答のみ。
- (2) l の方向ベクトルを1つ求めてその成分表示を答えよ。ただし、答のみ。
- (3) 点 $(2, 6)$ と l との距離を求めよ。ただし、答のみ。注意：三角関数の基本公式を用いて簡単な式にしていけないものには点を与えない。
- (4) 直線 $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ と l が平行であるとき、 θ の値を求めよ。注意：弧度法で答えよ。
- (5) 直線 $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ と l が垂直であるとき、 θ の値を求めよ。注意：弧度法で答えよ。
- (6) 直線 $l': x \cos \phi + y \sin \phi + c' = 0$ と l が垂直であるとき、 θ, ϕ の間の関係式を求めよ。ただし、 ϕ, c' は定数で $0 \leq \phi < 2\pi$ を満たす。

3. つぎの文章の () に入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

3つの点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ を頂点とする三角形 ABC の辺 BC, CA, AB 上にそれぞれ点 L, M, N を $BL:LC=CM:MA=AN:NB=m:n$ を満足するようにとれば L の座標は (1), M の座標は (2), N の座標は (3) となる。また三角形 ABC の重心の座標は (4) となる。 LM の中点を P とすれば、 P の x 座標は $\frac{x_3}{2} + (5)$, y 座標は

$\frac{y_3}{2} + (6)$ となる。最後に NP を $2:1$ に内分する点を Q とすれば Q の x 座標は

$\frac{1}{3}\{2((7)) + (8)\} = (9)$, Q の y 座標は $\frac{1}{3}\{2((10)) + (11)\} = (12)$

4. 命題「 $x=y \rightarrow xz=yz$ 」について、次の問いに答えよ。

- (1) 問題の命題は真であるか、偽であるか。真ならば証明し、偽なら反例をあげよ。
- (2) 問題の命題の逆をかけ。ただし、答のみ。
- (3) 上の (2) の命題は真であるか、偽であるか。真ならば証明し、偽なら反例をあげよ。
- (4) 問題の命題の対偶をかけ。ただし、答のみ。
- (5) 上の (4) の命題は真であるか、偽であるか。理由を述べて答えよ。注意：証明や反例をあげるのではなく、理由をかく。
- (6) 問題の裏をかけ。ただし、答のみ。
- (7) 上の (6) の命題は真であるか、偽であるか。理由を述べて答えよ。注意：(5) と同じ。
- (8) 条件「 $x=y$ 」の真理集合を P , 条件「 $xz=yz$ 」の真理集合を Q とする。 P, Q の関係で正しいものをすべて選んで解答用紙にかけ。ただし、答のみ。 P の否定を \overline{P} と表す。 Q も同じ。また全体集合 U はすべての実数を集めた集合。注意：誤ったものを選んでいたら1 つにつき2点減点する。

$$P \supset Q \text{ かつ } P \neq Q, P = Q, P \subset Q \text{ かつ } P \neq Q$$

$$\overline{P} \supset \overline{Q} \text{ かつ } \overline{P} \neq \overline{Q}, \overline{P} = \overline{Q}, \overline{P} \subset \overline{Q} \text{ かつ } \overline{P} \neq \overline{Q}$$

5. a, b は整数とする。 $a^2 + b^2$ が3の倍数ならば、 a と b は両方とも3の倍数であることを対偶を用いて証明せよ。対偶を用いていない場合は点を与えない。