2013年度前期末試験問題・数学B（1－3）

１．次の式を係数が複素数の範囲で因数分解せよ。ただし、答のみ。

(1)　$4x^2+4x-1$　　(2)　x^2+2x+5　　(3)　$21x^2-2x-3$

２．次の式の分母を有理化せよ。ただし、答のみ。

(1)　$\dfrac{4-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$　　(2)　$\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$　　(3)　$\dfrac{2}{\sqrt{6}}$

３．次の２次方程式が実数の２重解をもつように、m の値を定めよ。ただし、答のみ。

(1)　$mx^2+2(m-1)x+m+1=0$　　(2)　$x^2+mx-m=0$

４．次の式を１つにまとめよ。必要なら約分せよ。ただし、答のみ。

(1)　$\dfrac{y}{x(y-x)}+\dfrac{x}{y(x-y)}$　　(2)　$\dfrac{x-3}{x+1}\times\dfrac{x^2+5x+4}{x^2-9}$

(3)　$\dfrac{x}{x^2+x-6}+\dfrac{x+3}{x^2-3x+2}$

５．次の場合、a, b の値を求めよ。ただし、答のみ。

(1)　$|-a|=5,\ |ab|=10,\ a>0,\ b>0$

(2)　$|ab|=4,\ \left|\dfrac{a}{b}\right|=4,\ a<0,\ b>0$

６．複素数 $\alpha=\sqrt{2}+3i,\ \beta=2-\sqrt{3}i,\ \gamma=-\sqrt{5}-i$ について、次の値を求めよ。ただし、答のみ。**注意： 答えが複素数の場合は、$a+bi$ （a, b は実数）の形にせよ。**

$|\alpha|=(\ 1\ ),\ |\beta|=(\ 2\ ),\ |\gamma|=(\ 3\ ),\ |\alpha\beta|=(\ 4\ ),\ \left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right|=(\ 5\ ),\ \overline{\alpha}=(\ 6\ )$

$\beta\overline{\beta}=(\ 7\ ),\ Re(\beta)=(\ 8\ ),\ Im(\beta)=(\ 9\ ),\ \dfrac{\alpha}{|\alpha|}=(\ 10\ ),\ \alpha+\beta=(\ 11\ )$

$\beta\gamma=(\ 12\ ),\ \dfrac{\gamma}{\alpha}=(\ 13\ ),\ \alpha(\beta+\gamma)=(\ 14\ ),$

７．２次方程式 $3x^2-6x-8=0$ の解を α, β とする。このとき、$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=(\ 1\ ),\ \dfrac{1}{\alpha\beta}=(\ 2\ )$ となるから、$\dfrac{1}{\alpha}, \dfrac{1}{\beta}$ を解とする２次方程式の１つは、$8x^2+(\ 3\ )x-(\ 4\ )=0$ となる。

また、$\alpha^2+\beta^2=(\ 5\ ),\ \alpha^2\beta^2=(\ 6\ )$ となるから、α^2, β^2 を解とする２次方程式の１つは、$(\ 7\ )x^2-(\ 8\ )x+64=0$ となる。この論理の（　）に入るもっとも適切な数値を解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

8． $\dfrac{x-2}{2x^2-5x+3}+\dfrac{3x-1}{2x^2+x-6}+\dfrac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ を１つの式にまとめよ。必要ならば約分せよ。

9． 次の繁分数式を簡単にせよ。

(1) $\dfrac{x-\dfrac{2}{x+1}}{\dfrac{x}{x+1}-2}$ (2) $\dfrac{x}{x-\dfrac{x+1}{x+3-\dfrac{x-1}{x}}}$

10． 複素数 $\alpha=a+bi$, $\beta=c+di$ （a , b , c , d は実数）について、次のことを証明せよ。

注意： 証明問題なので厳しく採点する。

(1) $\overline{\alpha\beta}=\overline{\alpha}\,\overline{\beta}$ (2) $\beta\neq 0$ のとき、$\overline{\left(\dfrac{1}{\beta}\right)}=\dfrac{1}{\overline{\beta}}$

11． 次の高次方程式を解け。

(1) $x^3-11x^2+19x-9=0$ (2) $6x^4+19x^3+8x^2-2x-1=0$

12． 次の計算は複素数 $z=x+yi$ （x , y は実数）について、$z^3=i$ を満たす z を求めるものである。かっこに入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、答のみ。

注意： [ ] には x , y の文字式が、( ) には数値が入る。

$z^3=$[1] （$a+bi$ の形で答えよ）これが虚数単位 i に等しいから、

$\begin{cases} [\ 2\ ]=0 & \cdots ① \\ [\ 3\ ]=1 & \cdots ② \end{cases}$ という連立方程式が出てくる。①は実部、②は虚部を比較して得られたものである。①を解いて、$x=$(4) , $x^2=$[5] となる。$x=$(4) を②に代入して、$y=$(6) 従って、このとき $z=$(7) となる。次に $x^2=$[5] を②に代入して、$y=$(8) これを $x^2=$[5] に代入して解くと、$x=$(9) 従って、このとき、$z=$(10) となる。