2019年度後期中間試験問題・基礎数学Ⅲ (D1)

注意：(1) 答のみの問題で，問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば $x^2+2x-3=(\ 1\ )(x-1)$ となっていたら $(\ 1\ )$ の正解は $(x+3)$ であり，$((\ 1\ ))(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また，不必要な括弧をつけた解答も減点もしくは 0 点とする。

(2) $\dfrac{b}{a}$ を b/a と表すことがある。自然数全体の集合を $\mathbb{N}$，整数全体の集合を $\mathbb{Z}$ と表す。

1. 次の問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) 関数 $y=5\sin x-2\cos x$ の [1] 最大値　[2] 最小値　を求めよ。

(2) a , b はともに第３象限の角で，$\sin a=-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$, $\cos b=-\dfrac{2}{5}$ であるとき，次の値を求めよ。 [1] $\cos a$　[2] $\sin b$　[3] $\sin(a+b)$　[4] $\cos(a-b)$

[5] $\tan(a-b)=\dfrac{a}{\sqrt{14}}$ と表わした時の a (簡単な式で表わせ)

(3) $\cos a=\dfrac{4}{5}$, $-\dfrac{p}{2}<a<0$ のとき，次の値を求めよ。

[1] $\tan 2a$　[2] $\sin\dfrac{a}{2}$

(4) a は第２象限の角，b は第３象限の角で，$\sin a=\dfrac{2}{3}$, $\cos b=-\dfrac{4}{5}$ であるとき，次の値を求めよ。　[1] $\sin(a+2b)$　[2] $\cos(a+2b)$

2. 次の問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) 次の角を弧度法で表わせ。　[1] 210°　[2] 40°　[3] $2p^\circ$

(2) 次の角を60分法で表わせ。　[1] $\dfrac{7}{5}p$　[2] $-\dfrac{p}{4}$　[3] 90

(3) 次の三角関数の値を求めよ。

[1] $\sin 450^\circ$　[2] $\sin\left(-\dfrac{17}{3}p\right)$　[3] $\sec(-780^\circ)$　[4] $\tan\dfrac{11}{6}p$

(4) 半径３，弧の長さ４の扇形において次の値を求めよ。　[1] 中心角　[2] 面積

(5) q が第２象限の角で，$\sin q=\dfrac{1}{4}$ のとき次の値を求めよ。　[1] $\cot q$　[2] $\sec q$

(6) ６個の数字 1,2,3,4,5,6 のうち，異なる数字を使ってできる６けたの偶数は何個あるか。

(7) ハート，ダイヤ，クローバー，スペードの各マークが13枚ずつある計52枚のトランプから３枚を取り出して１組とするとき (並べることは考えない)，ハートが２枚以上になる場合は何通りあるか。なお，トランプは元に戻さないで３枚取り出すものとする。(これを非復元抽出という)

(8) １から３までの数字を繰り返し使用することを許して４けたの整数をつくるとき，奇数はいくつできるか。

(9) １つのさいころを続けて８回振るとき，１の目が３回，２の目が３回，３の目が２回出る場合は何通りあるか。

(10) 1,2,3,…,7 の数字が1つずつ書かれた7枚のカードが入っている箱から非復元抽出で3枚取り出すとき，少なくとも1枚は奇数の場合は何通りあるか。

(11) 1班6人，2班7人のなかから5人のメンバーを選ぶとき，2班から3人以上選ぶ方法は何通りあるか。なお，5人全員2班でもよい。

(12) 赤玉と白玉がそれぞれ3個ずつ，青玉と黒玉がそれぞれ2個ずつある計10個の玉を1列に並べるとき，黒玉2個が連続して並ぶような並べ方は何通りあるか。

3. 次の方程式の一般解を求めよ。ただし，答のみ。(4点)

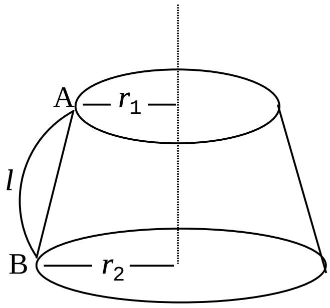
(1) $\sqrt{2}\cos x = -1$　　(2) $2\sin\left(x - \frac{p}{3}\right) = -1$

4. 袋の中に白玉7個，黒玉が4個入っている。これから非復元抽出で3個の玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。ただし，(3)は答のみ。(12点)

(1) 3個とも同じ色である確率。　　(2) 3個の中に黒玉が2個以上含まれている確率。

(3) 3個の中に少なくとも1個黒玉が含まれている確率。

5. 右図のように，直円錐台の上底面，下底面の半径をそれぞれ r_1, r_2 とし，母線 AB の長さを l とする。$r_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}$ するとき直円錐台の側面積 S は，$S = 2p r_0 l$ であることを証明せよ。(9点)



6. 次の計算の括弧に入る最も適切な数値を解答用紙に書け。ただし，答のみ。(12点)

(ここから) $1 + \tan 10^\circ \tan 40^\circ = \frac{(\ 1\ )}{\cos 10^\circ \cos 40^\circ}$，$2\cos 20^\circ + 2\cos 80^\circ = (\ 2\ )\cos 50^\circ$

$\therefore\ 3 + 2\cos 20^\circ + 2\cos 80^\circ = (\ 2\ )\left((\ 3\ ) + \cos 50^\circ\right)$，$0 < a < 90^\circ$ の範囲で

$\cos a = (\ 3\ )$ を満たすものは $a = (\ 4\ )$ だから

$(\ 2\ )\left((\ 3\ ) + \cos 50^\circ\right) = (\ 2\ )\left(\cos(\ 4\ ) + \cos 50^\circ\right) = (\ 5\ )\cos 10^\circ \cos 40^\circ$

以上より $\left(3 + 2\cos 20^\circ + 2\cos 80^\circ\right)\left(1 + \tan 10^\circ \tan 40^\circ\right) = (\ 6\ )$ (ここまで)

7. 次の問いに答えよ。ただし，(1)は答のみ。(13点)

(1) $x + y + z = 10$ を満たすような，0または正の整数 x, y, z の組は何通りあるか。

(2) $x + y + z = 10$ を満たすような，正の整数 x, y, z の組は何通りあるか。

(3) 10をいくつかの1と2の和で表わすとき，その式の形は何通りあるか。ただし，例えば 1+1+2+2+2+2 と 1+2+1+2+2+2 は異なる形とする。