

注意： 答のみの問題で、問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば

$x^2+2x-3=(1)(x-1)$ となっていたら(1)の正解は $(x+3)$ であり、 $((1))(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また、 unnecessary括弧をつけた解答も減点もしくは0点とする。

注意： $\frac{b}{a}$ を b/a と表すことがある。

1. 次の問いに答えよ。ただし、答のみ。(25点)

(1) 次の2次関数を標準形に直せ。

[1] $y=2x^2+3x-1$ [2] $y=-3x^2-3x-2$

(2) 直線 $x=-2$ を軸とし、2点 $(-1, 3)$, $(-5, 11)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

(3) x 軸と2点 $(4, 0)$, $(1, 0)$ で交わり、 y 軸と点 $(0, -5)$ で交わる放物線の方程式を求めよ。

(4) 2次関数 $y=x^2-6x+7$ について、以下のものを答えよ。なお、 x の値は答えなくてよい。

[1] 最大値 [2] 最小値

(5) 2次関数 $y=x^2-6x+1$ ($-1 \leq x \leq 2$) について、以下のものを答えよ。なお、 x の値は答えなくてよい。 [1] 最大値 [2] 最小値

(6) 2次関数 $y=(x-1)(x-3)$ ($-1 \leq x \leq 5/2$) について、以下のものを答えよ。なお、 x の値は答えなくてよい。 [1] 最大値 [2] 最小値

(7) 底辺の長さ高さの和が6である三角形の底辺の長さを x とするとき、次の問いに答えよ。

[1] この三角形の面積 S を x の式で表せ。定義域も答えよ。

[2] S の最大値を求めよ。なお、 x の値は答えなくてよい。

(8) 2次関数 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+2$ 共有点の個数と、共有点がある場合はその x 座標を答えよ。

[1] 個数 [2] x 座標 (共有点が0個の場合は「なし」と答えよ)

(9) 2次関数 $y=-x^2+2kx-3$ のグラフが x 軸と2点で交わるように定数 k の値の範囲を求めよ。

(10) 次の2次不等式を解け。

[1] $x^2-x+1>0$ [2] $2x^2-x-1<0$

2. 次の問いに答えよ。ただし、答のみ。(25点)

(1) 関数 $y=\frac{1}{x-1}$ … ① について、次のものを求めよ。

[1] ①の定義域 [2] ①の値域 [3] 逆関数 $y=g(x)$ [4] 逆関数の定義域

[5] 逆関数の値域 [6] ①のグラフと y 軸に関して対称なグラフの方程式

[7] ①のグラフと x 軸に関して対称なグラフの方程式

[8] ①のグラフと原点に関して対称なグラフの方程式

[9] ①のグラフを x 軸方向に2倍したグラフの方程式

[10] ①のグラフを y 軸方向に2倍したグラフの方程式

(2) 次のグラフをかけ。

[1] 上の2.(1)[6]のグラフ [2] 上の2.(1)[9]のグラフ

(3) 下の解答群(関数)から、偶関数をすべて選んでその符号ア, イ, ...を答えよ。(完答)

(4) 下の解答群(関数)から、奇関数をすべて選んでその符号ア, イ, ...を答えよ。(完答)

解答群(関数)

$$\text{ア } f(x)=x \quad \text{イ } f(x)=x^2-1 \quad \text{ウ } f(x)=x(x^2-1)$$

$$\text{エ } f(x)=1 \quad \text{オ } f(x)=1+x^4 \quad \text{カ } f(x)=1+x^3$$

(5) 無理関数 $y = -\sqrt{x+3} + 3$... ② について、次のものを求めよ。

[1] ②の定義域 [2] ②の値域 [3] 逆関数 $y = h(x)$ (定義域も答えよ)

[4] ②のグラフとy軸に関して対称なグラフの方程式

[5] ②のグラフとx軸に関して対称なグラフの方程式

[6] ②のグラフと原点に関して対称なグラフの方程式

[7] ②のグラフをx軸方向に1/2倍したグラフの方程式

[8] ②のグラフをy軸方向に1/2倍したグラフの方程式

3. 放物線 $y = x^2 + 2(m-1)x - m$ (m : 定数) について、次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお, [] は数値が入る。ただし, 答のみ。(7点)

(ここから) 2次方程式 $x^2 + 2(m+1)x + m = 0$ の判別式を D とすれば

$$\frac{D}{4} = m^2 + (\quad 1 \quad) = (m + [\quad 2 \quad])^2 + [\quad 3 \quad] > 0 \text{ となるから, 放物線と } x \text{ 軸は 2 点で交わる。この 2}$$

つの交点の距離 l を m の式で表せば $l = (\quad 4 \quad)$ なので l を最小にする m の値は [5] で, そのときの l の最小値は [6] である。(ここまで)

4. 2次方程式 $x^2 + 2mx + 1 = 0$ が実数解をもち, その解が $0 < x < 3$ であるように定数 m の値の範囲を定めよ。(9点)

5. 無理関数 $y = \sqrt{x+2}$ のグラフと, 直線 $y = \frac{1}{4}x + k$ (k : 定数) について述べた次の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお, [] は数値が入る。ただし, 答のみ。(9点)

(ここから) 共有点の x 座標を求めるため $\sqrt{x+2} = \frac{1}{4}x + k$ を解く。両辺を2乗して整理すると

$$x^2 + ((\quad 1 \quad))x + (\quad 2 \quad) = 0 \quad \cdots \text{ ① となる。①の判別式を } D \text{ とすれば } \frac{D}{4} = (\quad 3 \quad) \text{ となる。従って}$$

$k > [\quad 4 \quad]$ のときこの2つの図形は共有点を持たない。また $k = [\quad 4 \quad]$ のとき直線はこの無理関数のグラフに接し, 接点の x 座標は $x = [\quad 5 \quad]$, y 座標は $y = [\quad 6 \quad]$ となる。またグラフから

[7] $\leq k < [\quad 4 \quad]$ のとき共有点の個数は2個, $k < [\quad 7 \quad]$ のとき1個となる。(ここまで)

6. 関数 $y = x^2 - 2|x| - 3$ … ① について、次の問いに答えよ。(25点)

(1) ①のグラフを描け。なぜそのようなグラフになるか説明も書け。

(2) 定義域を $x \leq -1$ としたときの①の逆関数を求める次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。ただし、答のみ。

(ここから) このとき①の値域は [1] となる。 $x \leq -1 < 0$ だから、このとき①は

$y = x^2 - 2|x| - 3 = [2]$ となる。 [2] = y を x について解けば、 $x \leq -1$ だから

$x = [3]$ となる。 x と y の文字を交換して、このときの逆関数は $y = [4]$ となり、この逆関数の定義域は [5]、値域は [6] となる。(ここまで)

(3) ①の定義域を $-1 \leq x \leq 0$ としたときの逆関数 $y = g_1(x)$ を求めよ。また、この逆関数の定義域と値域を求めよ。

(4) ①の定義域を $0 \leq x \leq 1$ としたときの逆関数 $y = g_2(x)$ を求めよ。ただし、答のみ。

(5) ①の定義域を $x \geq 1$ としたときの逆関数 $y = g_3(x)$ を求めよ。ただし、答のみ。