直円錐台の側面積

両底面の半径がそれぞれ r_1 , r_2 で、母線の長さが l である直円錐台の側面積 S は $S = \pi l \left(r_1 + r_2 \right)$ である。

［ 証明 ］ 図の直円錐台の展開図を考える。

AB , $A'B'$ の延長の交点を O , 頂角の大きさを α $OA = R_1$, $OB = R_2$ とする。展開図の弧 AA' は直円錐台の上の円周に等しいから、

$$R_1 \alpha = 2\pi r_1 \quad \cdots \ ①$$

同様に考えて、

$$R_2 \alpha = 2\pi r_2 \quad \cdots \ ②$$

側面積は展開図の斜線の部分の面積だから、扇形の面積の公式を用いて、

$$S = \frac{1}{2}\left(R_2^2 - R_1^2 \right)\alpha$$

$$= \frac{1}{2}\left(R_2 + R_1 \right)\left(R_2 - R_1 \right)\alpha$$

$$= \frac{1}{2}\left(R_2 \alpha + R_1 \alpha \right) l$$

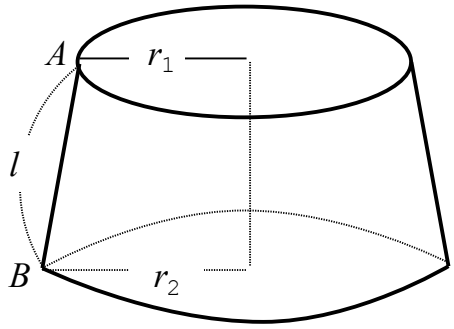
①、②から

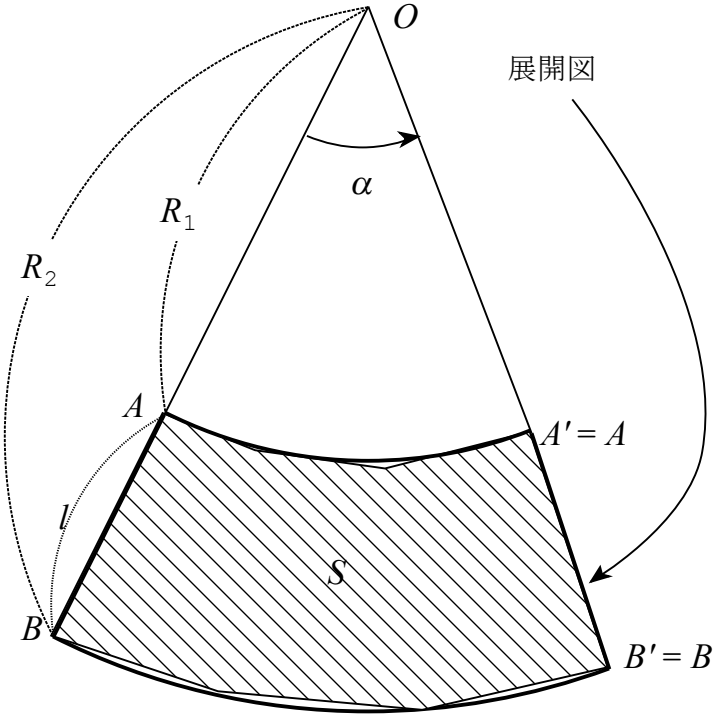
$$= \frac{1}{2}\left(2\pi r_2 + 2\pi r_1 \right) l$$

$$= \pi l \left(r_1 + r_2 \right)$$

（証終）

$\because \ l = R_2 - R_1$





さて、この公式を少し変形する。

$$S = \pi l \left(r_1 + r_2 \right)$$

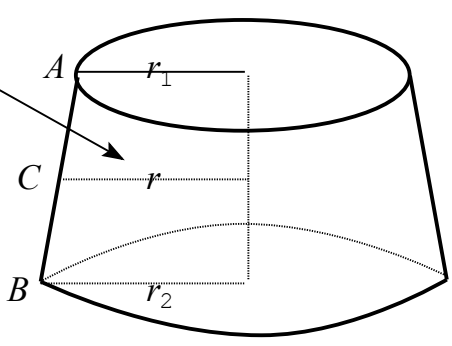
$$= 2\pi l \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right)$$

ここで、$r = \dfrac{r_1 + r_2}{2}$ と表せば、

$$S = 2\pi l r$$

この式が回転体の面積を求める公式を証明するときに実際用いるものである。

C は AB の中点



解析学の基本
近似せよ。さすれば得られん。