2019年度後期中間試験問題・応用数学B（S4）Ⅱ（C4）

注意： $\dfrac{b}{a}$ を b/a と表わすことがある。

1．次の問いに答えよ。ただし，答のみ。(50点)

(1) 確率分布表を用いて次の値を求めよ。

[1] $F_{40,8}(0.05)$　[2] $F_{7,20}(0.025)$　[3] $c_8^2(0.100)$

[4] $t_9(0.05)$

(2) 1個のさいころを2回投げる。1回目が偶数のとき $X=1$，3のとき $X=2$，それ以外のとき $X=0$ とする。また，2回目が偶数のとき $Y=2$，3のとき $Y=3$，それ以外のとき $Y=0$ とする。$Z=XY$ とするとき，次の値を求めよ。

[1] $E[Z]$　[2] $E\left[Z^2\right]$　[3] $V[Z]$　[4] $\mathrm{Cov}[X,Y]$

(3) 52枚のトランプカードから1枚抜いて元に戻す。これを39回繰り返し行い，k 回目のときのカードの数を X_k とする。また，$\overline{X}=\dfrac{1}{39}\sum_{k=1}^{39}X_k$ とするとき，次の値を求めよ。なお，エース，ジャック，クイーン，キングはそれぞれ1,11,12,13とする。

[1] $E\left[X_k\right]$　[2] $V\left[X_k\right]$　[3] $E\left[\overline{X}\right]$　[4] $V\left[\overline{X}\right]$

(4) X,Y は互いに独立で，それぞれ二項分布 $B\left(8,\dfrac{1}{2}\right)$，$B\left(12,\dfrac{3}{4}\right)$ に従うとき次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。

(ここから) $E[X]=[\ 1\ ],E[Y]=[\ 2\ ],V[X]=[\ 3\ ],V[Y]=[\ 4\ ]$ だから $Z=X-Y$，$W=XY$ とすれば $E[Z]=[\ 5\ ],V[Z]=[\ 6\ ],E[W]=[\ 7\ ]$ (ここまで)

2．X,Y,Z は互いに独立でそれぞれPoisson分布 $P_o(l),P_o(m),P_o(n)$ に従うとする。$W=X+Y+Z$ とするとき W は $P_o(l+m+n)$ に従うことを証明せよ。(17点)

3．k を定数とするとき，(X,Y) の同時確率密度関数が $f(x,y)=\begin{cases} kxy & (0\leqq x\leqq 3,\ 0\leqq y\leqq 3) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$ で与えられている。次の問いに答えよ。ただし，(1),(3)は答のみ。(16点)

(1) 定数 k の値を求めよ。　(2) X の周辺確率密度関数 $f_1(x)$ を求めよ。

(3) 確率 $P\left(X\leqq 1,Y\geqq 1\right)$ の値を求めよ。

4．$t(n)$ の確率密度関数は $f(t)=\dfrac{1}{\sqrt{n}\,B\left(\dfrac{n}{2},\dfrac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{n}\right)^{-(n+1)/2}$ である。ただし，

$B\left(\dfrac{n}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ はBeta関数。T が $t(n)$ $(n\geqq 3)$ に従うとき $V[T]$ を求めよ。(17点)

補足

Beta関数 $B(p,q)=\int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx\ (p>0,q>0)$

Gamma関数 $G(p)=\int_0^\infty x^{p-1}e^{-x}dx$

$G(p)=(p-1)G(p-1)$, $B(p,q)=\dfrac{G(p)G(q)}{G(p+q)}$