2019年度前期末試験問題・応用数学B，Ⅰ（SC4） [redacted]

注意：

(1) 答のみの問題で，問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば $x^2+2x-3=($ 1 $)(x-1)$ となっていたら (1) の正解は $(x+3)$ であり，$(($ 1 $))(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また，不必要な括弧をつけた解答も減点もしくは 0 点とする。

(2) $\dfrac{b}{a}$ を b/a と表すことがある。また，$\exp(x)=e^x$ である。

1. 次の各問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) あるサッカーチームJの勝ち，負け，引分けの確率はそれぞれ $\dfrac{3}{5}, \dfrac{3}{10}, \dfrac{1}{10}$ であるが，Q選手がゴールを決めた試合の勝ち，負け，引分けの確率はそれぞれ $\dfrac{4}{5}, \dfrac{1}{10}, \dfrac{1}{10}$ である。Q 選手がゴールを決める確率を $\dfrac{3}{10}$ として，次の値を求めよ。

[1] このチームJが勝った試合でQ選手がゴールを決めている確率。

[2] このチームJが負けた試合でQ選手がゴールを決めている確率。

[3] このチームJが引分けた試合でQ選手がゴールを決めている確率。

[4] このチームJが勝った試合でQ選手がゴールを決めていない確率。

[5] このチームJが負けた試合でQ選手がゴールを決めていない確率。

[6] このチームJが引分けた試合でQ選手がゴールを決めていない確率。

(2) トランプ 52 枚をよく切って 1 枚を抜くとき，事象 A：カードの数字が 10 以下，B：カードの数字が偶数，C：カードがダイヤとするとき，次の確率の値を求めよ。なお，絵札の J, Q, K はそれぞれ 11,12,13 とし，エースは 1 とする。

[1] $P(A)$　[2] $P(B)$　[3] $P(C)$　[4] $P(A\cap B)$　[5] $P(B\cap C)$
[6] $P(C\cap A)$　[7] $P(A\cup B)$　[8] $P(B\cup C)$　[9] $P(C\cup A)$
[10] $P(A\cap B\cap C)$　[11] $P(A\cup B\cup C)$

2. 次の各問いに答えよ。なお，特に断らない限り X は確率変数である。ただし，答のみ。(25点)

(1) $E[X]=5$ であるとき，$E[7-3X]$ の値を求めよ。

(2) 1 つのさいころを投げて出る目を X とするとき，次の値を求めよ。

[1] $E[X]$　[2] $E\left[X^2\right]$　[3] $V[X]$

(3) X の確率分布が下の表で与えられているとき，次の値を求めよ。

k	1	2	3	計
$P(X=k)$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	a	1

[1] a　[2] $E[X]$　[3] $V[X]$

(4) X について $E[X]=-5$, $V[X]=3$ であるとき，次の値を求めよ。

[1] $E\left[X^2\right]$　[2] $E\left[\dfrac{3X+1}{\sqrt{6}}\right]$　[3] $V\left[\dfrac{3X+1}{\sqrt{6}}\right]$

(5) 3つのさいころを投げて，1または2の目の出る個数を X とするとき，

[1] X はどのような確率分布に従うか。　[2] $E[X]$ の値を求めよ。

[3] $V[X]$ の値を求めよ。　[4] $E\left[X^2\right]$ の値を求めよ。

(6) ある機械が故障する確率は，1回の使用につき $\dfrac{1}{300}$ であることがわかっている。この機械を年間150回で3年間使用するとき，次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。

(ここから) 3年間で故障する回数を X とすれば，X は [1] に従う。$P(X=k)$ の値をポアソン分布 P_0([2]) で近似して求めることができる。即ち，$P(X=k) \fallingdotseq e^{[\ 3\ ]}\dfrac{[\ 4\ ]}{k!}$ だから

$P\left(X \geqq 2\right)=1-\sum_{k=0}^{1} P(X=k)=1-[\ 5\ ]e^{[\ 3\ ]}$，この値 $\left(1-[\ 5\ ]e^{[\ 3\ ]}\right)$ を少数第3位まで求めると [6] となる。(ここまで)

3. 次の各問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) 次の表は10人の男性の年齢 x と血圧 y を測定したデータである。このとき，次の値を求めよ。

x	32	38	41	45	56	58	65	68	71	73
y	125	128	132	130	134	140	142	151	148	155

[1] x の平均 $\overline{x}$　[2] y の平均 $\overline{y}$　[3] x^2 の平均 $\overline{x^2}$　[4] y^2 の平均 $\overline{y^2}$

[5] 積 xy の平均 $\overline{xy}$　[6] x の分散 s_x^2　[7] y の分散 s_y^2

[8] x と y の共分散 s_{xy}　[9] x と y の相関係数 r（少数第4位まで）

y の x への回帰直線を $y=ax+b$ としたとき，

[10] a（少数第4位まで）　[11] b（少数第4位まで）

(2) 次のデータはある競技における15人の選手の得点である。このとき，得点に関する次の値を求めよ。

6, 4, 7, 2, 9, 6, 3, 6, 3, 5, 8, 5, 4, 6, 4

[1] 平均　[2] 分散　[3] 中央値(メディアン)　[4] 最頻値(モード)

[5] 範囲(レンジ)　[6] 第1四分位数　[7] 第3四分位数　[8] 四分位範囲

[9] 外れ値

4. X を確率変数とするとき，t の関数 $E\left[e^{tX}\right]$ を X の積率(モーメント)母関数といい $M_X(t)$ と表す。次の各問いに答えよ。(10点)

(1) Z が標準正規分布に従うとき，$M_Z(t)$ を求めよ。なお，$\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-x^2\right)dx=\sqrt{p}$ を用いてよい。

(2) X が正規分布 $N\left(m,\ s^2\right)$ に従うとき，$M_X(t)$ を求めよ。

5. 袋の中に0から7までの数字が1つずつ書かれているカードが合計8枚入っている。この袋の中から1枚ずつカードを n 回復元抽出し，カードに書かれている数字を順に小数点以下に並べた数を x_n とする。ただし，x_n の整数部は0とする。例えば，$n=4$ で，抽出したカードに書かれていた数字

が順に 5,0,7,3 であれば，$x_n=0.5073$ となる。n が 2 以上の整数であるとき $x_n<\dfrac{8}{33}$ となる確率を p_n とする。このとき，次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。
ただし，答のみ。(15点)

(ここから) $n=2$ のとき $x_2<\dfrac{8}{33}=0.\dot{2}\dot{4}$ となるのは，1回目が 0 か 1 なら 2 回目は何でもよく，1 回目が 2 なら 2 回目は 0,1,2,3,4 のいずれかだから $p_2=(\ 1\ )$ となる。$n\geqq 4$ のとき，$x_{n-2}<\dfrac{8}{33}$ で $x_{n-2}\neq 0.2424\cdots 24$ となる確率は $p_{n-2}-(\ 2\ )$ となる。このときは残り 2 回どのような数字が出ても $x_n<\dfrac{8}{33}$ を満たす。$x_{n-2}=0.2424\cdots 24$ となる確率は (3) なので，このとき $x_n<\dfrac{8}{33}$ となる確率は (4) となる。従って

$$p_n=p_{n-2}-(\ 2\ )+(\ 4\ )=p_{n-2}-(\ 5\ )\left(\frac{1}{8}\right)^n \cdots ①$$

となる。$n=2m\ (m\geqq 2)$ のとき①から

$$\sum_{k=2}^{m}\left\{p_{2k}-p_{2(k-1)}\right\}=\sum_{k=2}^{m}\left\{-(\ 5\ )\left(\frac{1}{8}\right)^{(\ 6\ )}\right\}=-(\ 7\ )\left\{\frac{1}{64}-\left(\frac{1}{8}\right)^{2m}\right\}$$

$$\therefore p_{2m}=p_2-(\ 7\ )\left\{\frac{1}{64}-\left(\frac{1}{8}\right)^{2m}\right\}=(\ 1\ )-(\ 7\ )\left\{\frac{1}{64}-\left(\frac{1}{8}\right)^{2m}\right\}$$

$$=(\ 8\ )+(\ 7\ )\left(\frac{1}{8}\right)^{2m}$$

(ここまで)