2018年度学年末試験問題・応用数学B（ME4）

注意： 答のみの問題で，問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば $x^2+2x-3=(\ 1\ )(x-1)$ となっていたら $(\ 1\ )$ の正解は $(x+3)$ であり，$((\ 1\ ))(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また，不必要な括弧をつけた解答も減点もしくは 0 点とする。

注意： $\dfrac{b}{a}$ を b/a と表すことがある。

1．画びょうを投げるとき，針が上を向く割合 p を調べたい。今，500 回投げたところ，280 回が上向きになった。上を向く回数は二項分布に従うとして次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお，[　] は数値が入る。ただし，答のみ。(28点)

(ここから) $\hat{P}$ を標本比率，その実現値を $\hat{p}$ で表す。このとき統計量 $Z=\dfrac{\hat{P}-\hat{p}}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{[\ 1\ ]}}}$ は近似的に $(\ 2\ )$ に従うから $\hat{p}=[\ 3\ ]$ を代入すれば $\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{[\ 1\ ]}}=\sqrt{[\ 4\ ]}$，従って p の 95% 信頼区間は $[\ 5\ ]-[\ 6\ ]\sqrt{[\ 4\ ]}\leqq p\leqq[\ 5\ ]+[\ 6\ ]\sqrt{[\ 4\ ]}$ となり，下限，上限の値を小数第 3 位まで求めると $[\ 7\ ]\leqq p\leqq[\ 8\ ]$ となる。一方，p が $\dfrac{1}{2}$ より大きいか有意水準 0.05 で検定してみる。帰無仮説 $H_0:p=\dfrac{1}{2}$，対立仮説 $H_1:p>\dfrac{1}{2}$ とし，H_0 が真であると仮定すると

$Z=\dfrac{\hat{P}-[\ 9\ ]}{\sqrt{[\ 10\ ]}}$ は近似的に $(\ 2\ )$ に従う。よって棄却域は $Z\geqq[\ 11\ ]$ となる。Z の実現値を小数第 4 位まで計算すると $z=[\ 12\ ]$ となり，これは棄却域に $(\ 13\ )$ ので H_0 は $(\ 14\ )$ される。(ここまで)

2．上の問題 1．と同じ状況において仮説 $H_0:p=\dfrac{1}{2}$，$H_1:p=\dfrac{13}{25}$ を検定する。棄却域として $\hat{P}\geqq p_0$ を採用したとき，第 1 種の誤りの大きさ 0.05 に対する第 2 種の誤りの大きさを求めよ。(10点)

3．製造工場 A, B で生産される蛍光灯の寿命はそれぞれ $N\left(m_1,\ s_1^2\right), N\left(m_2,\ s_2^2\right)$ に従っている。それぞれ無作為に 6 個抽出して寿命を測定したところ，次のようになった。母分散は同じであるかの検定を有意水準 0.05 で行った次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお，[　] は数値が入る。ただし，答のみ。(20点)

A	1340	1380	1290	1350	1370	1320
B	1370	1390	1420	1400	1390	1450

(ここから) A, B の不偏分散をそれぞれ U_1^2, U_2^2 とし，それらの実現値を対応する文字の小文字で表す。帰無仮説 $H_0:(\ 1\ )$，対立仮説 $H_1:(\ 2\ )$ である。$u_1^2=[\ 3\ ], u_2^2=[\ 4\ ]$ だから（小数

第１位までの近似値) H_0 が真であると仮定すれば統計量 T =(5)は(6)に従う。棄却域は $T \geqq$ [7]であり，T の実現値を小数第３位まで計算すると t =[8]となる。従って棄却域に(9)ので H_0 は(10)される。(ここまで)

4．ある古銭は銅の合金で作られ，近世にいろいろな地域で鋳造されている。A 地域で鋳造された古銭の銅の含有率（単位 %）の平均は 68.3 であり，正規分布に従っている。(母分散未知) さらに，その他の地域で鋳造された古銭の銅の含有率の平均は A 地域より高いことが知られている。今回，ある王家の墓を調査したところ古銭が 12 個発見され，銅の含有率の平均値 69.9，および不偏分散 1.2^2（単位 $\%^2$）を得た。この発見された古銭は A 地域で鋳造された古銭であるといってよいか。有意水準 0.05 で検定せよ。(12点)

（注意： 授業で注意した解答フォーマットを守ること）

5．ある病気を発症した患者 $n_1=7$ 名と健康者 $n_2=10$ 名について血清中のカルシウム量を測定したところ，それぞれ平均 $\overline{x}_1=13.2$, $\overline{x}_2=9.5$，不偏分散 $u_1^2=2.82$, $u_2^2=0.21$ を得た。カルシウム量はそれぞれ $N\left(m_1,\ s_1^2\right)$, $N\left(m_2,\ s_2^2\right)$ に従うものとして次の問いに答えよ。(30点)

(1) 両者の母分散は異なるかどうか有意水準 0.05 で検定せよ。

（注意： 授業で注意した解答フォーマットを守ること）

(2) (1)の結果から母平均は異なるかどうかの検定を有意水準 0.05 で行った次の計算の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお，[　　]は数値が入る。ただし，答のみ。

注意： [4],[7]は小数第３位までの近似値を答えよ。

(ここから) 帰無仮説 H_0:{ 1 }，対立仮説 H_1:{ 2 }であり H_0 が真であると仮定すると

$$n=\frac{(\{\ 3\ \})^2}{\dfrac{U_1^4}{n_1^2(n_1-1)}+\dfrac{U_2^4}{n_2^2(n_2-1)}}=[\ 4\ ]$$ なので $$T=\frac{\overline{X}_1-\overline{X}_2}{\sqrt{\{\ 3\ \}}}$$ は自由度 [5] の t 分布に従う。棄却域は { 6 } となり T の実現値を計算すると t =[7]となるから棄却域に { 8 } ので H_0 は { 9 } される。(ここまで)