2018年度後期中間試験問題・応用数学B（ME4） 2018年11月27日

注意： 答のみの問題で，問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば $x^2+2x-3=$ (１) $(x-1)$ となっていたら (１) の正解は $(x+3)$ であり，((１)) $(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また，不必要な括弧をつけた解答も減点もしくは０点とする。

注意： $\dfrac{b}{a}$ を b/a と表すことがある。

１．次の問いに答えよ。ただし，答のみ。(50点)

（1） Z が $N(0,1)$ に従うとき，$P\left(Z \geqq z_0\right)=0.10$ を満たす z_0 を求めよ。

（2） T が $t(9)$ に従うとき，$P\left(|T| \geqq t_0\right)=0.05$ を満たす t_0 を求めよ。

（3） F 分布表から，次の値を求めよ。

［1］ $F_{40,60}(0.05)$　　［2］ $F^{7}_{20}(0.025)$

（4） 離散型確率変数 X_1, X_2 は互いに独立であり，それぞれ $P_0(\lambda_1), P_0(\lambda_2)$ に従うとする。次のものを求めよ。

［1］ $E\left[X_1+X_2\right]$　　［2］ $V\left[X_1+X_2\right]$

（5） 52枚のトランプカードから26枚を復元抽出するとき，出るカードの数を $X_1, \cdots, X_{26}$ とする。ただし，J，Q，K はそれぞれ 11，12，13 として数える。次のものを求めよ。

［1］ $E\left[X_k\right]$　　［2］ $V\left[X_k\right]$　　［3］ $E\left[\overline{X}\right]$　　［4］ $V\left[\overline{X}\right]$

（6） 袋の中に赤玉２個，白玉３個が入っている。この中から２個ずつ２回復元抽出を行い，１回目，２回目に現われる赤玉の個数をそれぞれ X_1, X_2 とするとき，次のものを求めよ。

［1］ $E\left[X_1+X_2\right]$　　［2］ $E\left[X_1X_2\right]$

（7） 1，2，3 の数字が１つずつ書かれたカードから，１枚ずつ２回復元抽出を行い，１回目の数字を X とする。また，１回目が２以外であれば２回目の数字を Y とし，１回目が２であれば１回目と２回目の数字の和を Y とする。このとき，次の問いに答えよ。

［1］ $P(Y=1)$ を求めよ。(以下同じ)　　［2］ $P(Y=2)$　　［3］ $P(Y=3)$

［4］ $P(Y=4)$　　［5］ $P(Y=5)$

（8） 確率分布表から次の値を求めよ。

［1］ $t_{14}(0.05)$　　［2］ $\chi_9^2(0.95)$

（9） 正規母集団 $N(10,4)$ から大きさ100の標本を無作為抽出する。このとき，$\overline{X} \leqq 10.51$ となる確率を求めよ。

（10） 正規母集団 $N(\mu, 20)$ から無作為抽出した大きさ30の無作為標本の不偏分散 U^2 について，$P\left(0 \leqq U^2 \leqq k\right)=0.5$ となる定数 k の値を求めよ。（小数第３位まで）

２．確率変数 X の確率密度関数が $f(x)=\begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x) & (x \geqq 0) \\ 0 & (x<0) \end{cases}$ （$\lambda>0$ 定数）

のとき，次の問いに答えよ。ただし，（3）は答のみ。(17点)

（1） $t<\lambda$ のとき X の積率母関数 $M_X(t)$ を求めよ。

（2） $M_X(t)$ の Maclaurin 展開を求めよ。ただし，$|t| < \lambda$ とする。

（3） $E[X^n]$ （n：自然数）を求めよ。

３． ２次元確率変数 (X, Y) の同時確率密度関数が

$$f(x, y) = \begin{cases} \exp(-x-y) & (x \geqq 0 \text{ かつ } y \geqq 0) \\ 0 & (\text{それ以外の } x, y) \end{cases}$$ のとき，次の問いに答えよ。

ただし，（2），（3）は答のみ。(15点)

（1） X の周辺確率密度関数 $f_1(x)$ を求めよ。

（2） Y の周辺確率密度関数 $f_2(y)$ を求めよ。

（3） X, Y は互いに独立であるか独立でないか答えよ。ただし，（1），（2）がともに正解でないと点は与えない。

４． 確率変数 X_1, X_2 は互いに独立で，それぞれ Poisson 分布 $P_0(\lambda_1), P_0(\lambda_2)$ に従うとする。このとき，$X = X_1 + X_2$ も Poisson 分布に従うことを証明せよ。(10点)

補足：上記の事実を Poisson 分布の再生性という。

５． 確率変数 X が一様分布 $U(a, b)$ に従うとき，X の積率母関数 $M_X(t)$ を求めよ。ただし，$t \neq 0$ とする。(8点)