

2018年度前期末試験問題・応用数学B (ME4)

注意： 答のみの問題で，問題番号を囲む括弧は数式上必要な括弧を兼ねていない。例えば

$x^2+2x-3=(1)(x-1)$ となっていたら (1) の正解は $(x+3)$ であり， $((1))(x-1)$ となっていたら正解は $x+3$ である。また， unnecessary 括弧をつけた解答も減点もしくは 0 点とする。

注意： $\frac{b}{a}$ を b/a と表すことがある。

注意： Ω は全事象， ϕ は空事象であることは解答で断らなくてよい。

1. 次の各問いに答えよ。ただし，答のみ。(21点)

(1) 3個のサイコロを投げるとき，2個だけ同じ目が出る確率を求めよ。

(2) 大小2個のサイコロを投げる。 A ：大きいサイコロの目が偶数である事象， B ：出る目の和が奇数になる事象とする。

[1] $A \cup \bar{B}$ が起る確率を求めよ。

[2] $A \cup B$ と C が互いに排反になるような事象 C の例を1つ作れ。ただし，空事象は除く。

(3) トランプ52枚をよく切って2枚を同時に抜くとき， A ：2枚とも偶数である事象， B ：カードの数の和が7になる事象とするとき，次の確率を求めよ。ただし， J, Q, K はそれぞれ11, 12, 13とする。

[1] $P(A)$ [2] $P(B)$ [3] $P(A \cup B)$

(4) 1から10までの異なる数字が書いてあるカード10枚が入っている箱がある。この箱から1枚のカードを取り出すとき， A ：数字が偶数である事象， B ：数字が3の倍数である事象とする。このとき，次の確率を求めよ。

[1] $P(A \cup B)$ [2] $P(\bar{A} \cup B)$ [3] $P(A \cup \bar{B})$

(5) 1から10までの異なる数字が書いてある10枚のカードから同時に2枚のカードを取り出し，大きい数字から小さい数字を引いた値を x とする。 A_k ： $x=k$ となる事象とするとき，次の確率を求めよ。

[1] $P(A_1)$ [2] $P(A_5)$ [3] $P(A_k)$ ($1 \leq k \leq 9$) (k の式)

2. $P(A)P(B) > \frac{1}{4}$ ならば， $P(A \cap B) > 0$ が成り立つことを証明せよ。(4点)

3. 次の各問いに答えよ。ただし，答のみ。(25点)

(1) X が区間 $(-2, 5)$ 上の一様分布に従うとき，次のものを求めよ。

[1] 確率密度関数 $f(x)$ [2] 分布関数 $F(x)$ [3] $E[X]$ [4] $V[X]$

(2) X が正規分布 $N(20, 100)$ に従うとき，次の確率の値を表から求めよ。

[1] $P(30 < X \leq 35)$ [2] $P(0 \leq X \leq 20)$

(3) ある全国模擬試験の得点は $N(580, 80^2)$ に従っているという。上位5%以内に入るには，何点以上をとってなければならないか。整数値で答えよ。

(4) 1つのさいころを150回投げるとき，1または2の目が出る回数を X とする。

[1] X が従う確率分布をそれを表す記号で答えよ。

[2] $E[X]$ を求めよ。 [3] $V[X]$ を求めよ。 [4] $E[X^2]$ を求めよ。

[5] $P(45 \leq X \leq 60)$ の近似値を de Moivre-Laplace の定理を用いて求めよ。

(5) 5 枚の硬貨を投げて、表の枚数を X とする。次の値を求めよ。

[1] $E[3X-2]$ [2] $V[2X+3]$

4. 次の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。なお、[] は数値が入る。ただし、答のみ。(12点) (京都大 改)

(ここから) 事象 A, B は互いに独立とする。即ち $P(A \cap B) = (1)$ となる。このとき

$$P(A \cap \overline{B}) = (2) - P(A \cap B) = (2) - (1) = (2)(1 - (3)) = (2)P((4))$$

よって A, \overline{B} も互いに独立である。さて、 $P(A) = 0.36, P(B) = 0.2, P(C) = 0.1,$

$$P_{B \cap C}(A) = 0.9, P_{\overline{B \cap C}}(A) = 0.7 \text{ であるとき } P(A \cap B \cap C) = [5],$$

$$P(A \cap B \cap \overline{C}) = [6] \therefore P(A \cap B) = [7], \text{ 以上より } P_A(B) = [8] \text{ (ここまで)}$$

5. 次の関数 $f(x)$ を確率密度関数にもつ確率変数 X がある。

$$f(x) = \begin{cases} c \sin \pi x & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (x < 0, x > 1) \end{cases} \quad (c \text{ は定数})$$

このとき、次の問いに答えよ。ただし、(1), (3) は答のみ。(13点) (三重大 改)

(1) 定数 c の値を求めよ。

(2) X の分布関数 $F(x)$ を求めよ。

(3) $E[X]$ を求めよ。 (4) $V[X]$ を求めよ。

6. X は確率変数、 a, b は定数で $a > 0$ とし、 $Y = aX + b$ するとき、次の問いに答えよ。(11点)

(1) 次の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙に書け。ただし、答のみ。

(ここから) $Y = aX + b$ と置く。 X, Y の平均と分散をそれぞれ $\mu_x, \mu_y, \sigma_x^2, \sigma_y^2$ と表す。 μ_x と μ_y

の関係は $\mu_y = [1]$ となり σ_x^2 と σ_y^2 の関係は $\sigma_y^2 = [2]$ となる。これらの関係を用いると

$$E[(Y - \mu_y)^3] = [3] E[(X - \mu_x)^3], E[(Y - \mu_y)^4] = [4] E[(X - \mu_x)^4] \text{ となる。}$$

(ここまで)

(2) Y の歪度、尖度はそれぞれ X の歪度、尖度に一致することを (1) の結果を用いて示せ。

7. ある病気にかかっているかどうかを検査する方法には A, B, C があり、そのいずれか 1 つだけを受けるものとする。また、それぞれの検査で陽性反応を示した人のうち、 A は 8%、 B は 3%、 C は 7% の割合で実際にはその病気にかかっていない人がいることがわかっている。いま、それぞれの検査で陽性反応を示した人を集めたところ、その人数比は A, B, C の順に 5:6:7 であった。このうちの 1 人を任意に選ぶとき、次の問いに答えよ。(14点)

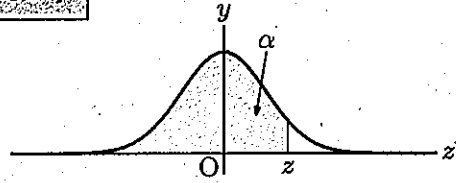
(1) 病気にかかっていないという事象を D とするとき、 $P(D)$ の値を求めよ。

(2) さらに精密検査を行ったところ、病気にかかっていることがわかった。この人が次の検査で陽性反応を示した人である確率を求めよ。ただし、[2], [3] は答のみ。

[1] A [2] B [3] C

正規分布表 (逆分布関数)

$$P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \alpha \text{ となる } z \text{ の値}$$



α	0.000	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.007	0.008	0.009
0.50	0.0000	0.0025	0.0050	0.0075	0.0100	0.0125	0.0150	0.0175	0.0201	0.0226
0.51	0.0251	0.0276	0.0301	0.0326	0.0351	0.0376	0.0401	0.0426	0.0451	0.0476
0.52	0.0502	0.0527	0.0552	0.0577	0.0602	0.0627	0.0652	0.0677	0.0702	0.0728
0.53	0.0753	0.0778	0.0803	0.0828	0.0853	0.0878	0.0904	0.0929	0.0954	0.0979
0.54	0.1004	0.1030	0.1055	0.1080	0.1105	0.1130	0.1156	0.1181	0.1206	0.1231
0.55	0.1257	0.1282	0.1307	0.1332	0.1358	0.1383	0.1408	0.1434	0.1459	0.1484
0.56	0.1510	0.1535	0.1560	0.1586	0.1611	0.1637	0.1662	0.1687	0.1713	0.1738
0.57	0.1764	0.1789	0.1815	0.1840	0.1866	0.1891	0.1917	0.1942	0.1968	0.1993
0.58	0.2019	0.2045	0.2070	0.2096	0.2121	0.2147	0.2173	0.2198	0.2224	0.2250
0.59	0.2275	0.2301	0.2327	0.2353	0.2378	0.2404	0.2430	0.2456	0.2482	0.2508
0.60	0.2533	0.2559	0.2585	0.2611	0.2637	0.2663	0.2689	0.2715	0.2741	0.2767
0.61	0.2793	0.2819	0.2845	0.2871	0.2898	0.2924	0.2950	0.2976	0.3002	0.3029
0.62	0.3055	0.3081	0.3107	0.3134	0.3160	0.3186	0.3213	0.3239	0.3266	0.3292
0.63	0.3319	0.3345	0.3372	0.3398	0.3425	0.3451	0.3478	0.3505	0.3531	0.3558
0.64	0.3585	0.3611	0.3638	0.3665	0.3692	0.3719	0.3745	0.3772	0.3799	0.3826
0.65	0.3853	0.3880	0.3907	0.3934	0.3961	0.3989	0.4016	0.4043	0.4070	0.4097
0.66	0.4125	0.4152	0.4179	0.4207	0.4234	0.4261	0.4289	0.4316	0.4344	0.4372
0.67	0.4399	0.4427	0.4454	0.4482	0.4510	0.4538	0.4565	0.4593	0.4621	0.4649
0.68	0.4677	0.4705	0.4733	0.4761	0.4789	0.4817	0.4845	0.4874	0.4902	0.4930
0.69	0.4959	0.4987	0.5015	0.5044	0.5072	0.5101	0.5129	0.5158	0.5187	0.5215
0.70	0.5244	0.5273	0.5302	0.5330	0.5359	0.5388	0.5417	0.5446	0.5476	0.5505
0.71	0.5534	0.5563	0.5592	0.5622	0.5651	0.5681	0.5710	0.5740	0.5769	0.5799
0.72	0.5828	0.5858	0.5888	0.5918	0.5948	0.5978	0.6008	0.6038	0.6068	0.6098
0.73	0.6128	0.6158	0.6189	0.6219	0.6250	0.6280	0.6311	0.6341	0.6372	0.6403
0.74	0.6433	0.6464	0.6495	0.6526	0.6557	0.6588	0.6620	0.6651	0.6682	0.6713
0.75	0.6745	0.6776	0.6808	0.6840	0.6871	0.6903	0.6935	0.6967	0.6999	0.7031
0.76	0.7063	0.7095	0.7128	0.7160	0.7192	0.7225	0.7257	0.7290	0.7323	0.7356
0.77	0.7388	0.7421	0.7454	0.7488	0.7521	0.7554	0.7588	0.7621	0.7655	0.7688
0.78	0.7722	0.7756	0.7790	0.7824	0.7858	0.7892	0.7926	0.7961	0.7995	0.8030
0.79	0.8064	0.8099	0.8134	0.8169	0.8204	0.8239	0.8274	0.8310	0.8345	0.8381
0.80	0.8416	0.8452	0.8488	0.8524	0.8560	0.8596	0.8633	0.8669	0.8705	0.8742
0.81	0.8779	0.8816	0.8853	0.8890	0.8927	0.8965	0.9002	0.9040	0.9078	0.9116
0.82	0.9154	0.9192	0.9230	0.9269	0.9307	0.9346	0.9385	0.9424	0.9463	0.9502
0.83	0.9542	0.9581	0.9621	0.9661	0.9701	0.9741	0.9782	0.9822	0.9863	0.9904
0.84	0.9945	0.9986	1.0027	1.0069	1.0110	1.0152	1.0194	1.0237	1.0279	1.0322
0.85	1.0364	1.0407	1.0450	1.0494	1.0537	1.0581	1.0625	1.0669	1.0714	1.0758
0.86	1.0803	1.0848	1.0893	1.0939	1.0985	1.1031	1.1077	1.1123	1.1170	1.1217
0.87	1.1264	1.1311	1.1359	1.1407	1.1455	1.1503	1.1552	1.1601	1.1650	1.1700
0.88	1.1750	1.1800	1.1850	1.1901	1.1952	1.2004	1.2055	1.2107	1.2160	1.2212
0.89	1.2265	1.2319	1.2372	1.2426	1.2481	1.2536	1.2591	1.2646	1.2702	1.2759
0.90	1.2816	1.2873	1.2930	1.2988	1.3047	1.3106	1.3165	1.3225	1.3285	1.3346
0.91	1.3408	1.3469	1.3532	1.3595	1.3658	1.3722	1.3787	1.3852	1.3917	1.3984
0.92	1.4051	1.4118	1.4187	1.4255	1.4325	1.4395	1.4466	1.4538	1.4611	1.4684
0.93	1.4758	1.4833	1.4909	1.4985	1.5063	1.5141	1.5220	1.5301	1.5382	1.5464
0.94	1.5548	1.5632	1.5718	1.5805	1.5893	1.5982	1.6072	1.6164	1.6258	1.6352
0.95	1.6449	1.6546	1.6646	1.6747	1.6849	1.6954	1.7060	1.7169	1.7279	1.7392
0.96	1.7507	1.7624	1.7744	1.7866	1.7991	1.8119	1.8250	1.8384	1.8522	1.8663
0.97	1.8808	1.8957	1.9110	1.9268	1.9431	1.9600	1.9774	1.9954	2.0141	2.0335
0.98	2.0537	2.0749	2.0969	2.1201	2.1444	2.1701	2.1973	2.2262	2.2571	2.2904
0.99	2.3263	2.3656	2.4089	2.4573	2.5121	2.5758	2.6521	2.7478	2.8782	3.0902