2014年度学年末試験問題・応用数学Ⅱ（C4）

１．ある年度の統一試験の数学の得点は正規分布 $N\left(132.22, \sigma^2\right)$ に従うことが報告されている。ある学校で８０人について同一問題で試験を実施したところ、平均点は 137.25，不偏分散は 24.06^2 となった。この学校の数学の学力は全国平均より高いといえるか有意水準 5％ で検定しようと思う。以下の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、<u>答のみ</u>。

注意：（　）には数値が入り、［　］には数値以外の文字式、数式、記号、用語などが入る。

この学校の数学の母平均を μ，標本平均を $\overline{X}$，不偏分散を U^2 とする。

帰無仮説 H_0：［ １ ］，　対立仮説 H_1：［ ２ ］として、H_0 が真であると仮定すると検定量

$$Z=\frac{[\ 5\ ]-(\ 6\ )}{\sqrt{\dfrac{[\ 4\ ]}{(\ 3\ )}}}$$

は標本の大きさが十分大きいと考えて、近似的に［ ７ ］に従う。対立仮説の形から［ ８ ］検定となるので、棄却域は分布表から数値を拾い出して W：［ ９ ］となる。Z の実現値を計算すると $z=$（ １０ ）となり（小数第4位まで）、これは棄却域に［ １１ ］ので H_0 を［ １２ ］する。

２．問題１と同じ状況のもとで、次の問いに答えよ。

（１）問題１の（ １０ ）の値を z_0 とするとき、$Z \geqq z_0$ となる確率を小数第3位まで求めよ。ただし、<u>答のみ</u>。（これを p 値という）

（２）第1種の誤りを犯す確率を求めよ。ただし、<u>答のみ</u>。

（３）対立仮説を H_1：$\mu=137.25$ とするとき、第2種の誤りを犯す確率を求めよ。

３．ある硬貨を１回投げたときに表が出る確率を p とする。この硬貨を１０回投げたところ、１回だけ表が出た。この硬貨について、次の問いに答えよ。なお、確率変数 X は１０回投げたときの表の出る回数とする。

（１）表が k 回出る確率 $P(X=k)$ を求める式をかけ。ただし、<u>答のみ</u>。

（２）$P\left(0 \leqq X \leqq 1\right)$ を求めよ。

（３）帰無仮説 H_0：$p=\dfrac{1}{2}$，　対立仮説 H_1：$p<\dfrac{1}{2}$ とし、有意水準 1％ で仮説検定を行う。

次の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、<u>答のみ</u>。

注意：＜　＞には数値が入り、［　］には数値以外の文字式、数式、記号、用語などが入る。

H_0 が真だと仮定すると $P(X=k)=\dfrac{[\ 1\ ]}{1024}$ となる。従って $P\left(0 \leqq X \leqq 1\right)=\dfrac{<\ 2\ >}{1024}$

この値の近似値を小数第4位まで求めると＜ ３ ＞となり、有意水準と比べて H_0 を［ ４ ］する。

４．ある種のネズミの生まれてから3ヵ月後の体重は正規分布 $N\left(65, \sigma^2\right)$ に従うことが知られている。この中の４匹に特別な餌を与えて飼育したところ、その体重が

64.7　66.1　66.9　70.4

となった。この餌はこの種のネズミの<u>体重に影響を与える</u>といえるか有意水準５％で検定した以下の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、<u>答のみ</u>。

注意：（　 ）には数値が入り、［　 ］には数値以外の文字式、数式、記号、用語などが入る。

母平均を μ とする。帰無仮説 H_0：［ 1 ］，対立仮説 H_1：［ 2 ］で［ 3 ］検定を行う。標本平均を $\overline{X}$，不偏分散を U^2 とする。H_0 が真だと仮定すると検定量 $T = \dfrac{[\ 6\ ]-(\ 7\ )}{\sqrt{\dfrac{[\ 5\ ]}{(\ 4\ )}}}$ は自由度（ 8 ）の［ 9 ］に従う。$t_{(\ 8\ )}(0.025)=$（ 10 ）だから棄却域は［ 11 ］となる。$\overline{X}$，U^2 の実現値を計算すると $\overline{x}=$（ 12 ），$u^2=$（ 13 ）（u^2 は小数第3位まで）となるから、T の実現値は $t=$（ 14 ）となり（t は小数第3位まで）、これは棄却域に［ 15 ］ので H_0 を［ 16 ］する。

5．２種類のLEDについて、その消費電力を調べるためにそれぞれ大きさ 60，75 の標本を無作為に抽出した。平均消費電力はそれぞれ 5.2， 5.4 であった。平均電力はそれぞれ正規分布 $N(\mu_1, 0.32)$，$N(\mu_2, 0.35)$ に従うことが知られている。この２種類のLEDの消費電力に差はあると言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

注意：解答には次のことを明記せよ。<u>帰無仮説</u>、<u>対立仮説</u>、<u>検定量</u>と帰無仮説が真であると仮定したときその検定量が従う<u>確率分布</u>、<u>棄却域</u>、<u>結論</u>。これらが書いていない場合は各項目につき1~2点減点する。これは他の検定に関する問題でも同じ。

6．ある画鋲を 500 回投げたところ、280 回針が上に向いた。針が上に向く割合 p を調べるために信頼係数 95% の p の信頼区間を求める次の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。なお、針が上に向く回数は二項分布に従うものとする。ただし、<u>答のみ</u>。

注意：（　 ）には数値が入り、［　 ］には数値以外の文字式、数式、記号、用語などが入る。

標本比率を $\hat{P}$，その実現値を $\hat{p}$ とする。推定量 $Z = \dfrac{[\ 3\ ]}{\sqrt{\dfrac{[\ 2\ ]}{(\ 1\ )}}}$ は［ 4 ］に従うので $|Z| \leqq$（ 5 ）となる確率が 95% となる。従って p の 95% 信頼区間は［ 2 ］の p を一致推定量である標本比率の実現値 $\hat{p}$ で置き換えて、$\hat{p}-[\ 6\ ] \leqq p \leqq \hat{p}+[\ 6\ ]$ となる。$\hat{p}$ の値を代入すれば、（ 7 ）$\leqq p \leqq$（ 8 ）となる。（（ 7 ），（ 8 ）は小数第4位を<u>四捨五入</u>して3位まで求めよ）

7．２つの異なる正規分布 $N(\mu_1, {\sigma_1}^2)$，$N(\mu_2, {\sigma_2}^2)$ から、それぞれ大きさ 6，5 の標本を独立に無作為抽出したら、不偏分散はそれぞれ 3.85， 8.52 であった。この２つの正規分布の母分散は異なると言えるか。有意水準 5% で検定せよ。

8．6枚の硬貨を同時に投げ、これを独立に 50 回繰り返したところ、下表の結果が得られた。

表の枚数	0	1	2	3	4	5	6	計
観測度数	2	5	9	19	10	5	0	50

1回投げたときに出る表の枚数 X は二項分布 $B\left(6, \dfrac{1}{2}\right)$ に従っていると言えるか。有意水準 5% の適合度の検定を行った以下の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、<u>答のみ</u>。

注意：（　 ）には数値が入り、［　 ］には数値以外の文字式、数式、記号、用語などが入る。

帰無仮説 H_0：1回投げたときに出る表の枚数 X は $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$ に従っている。

とする。H_0 が真であると仮定すると、$P(X=k) = \dfrac{(\ 1\ )}{[\ 2\ ]}$ となるので、期待度数を含めた表は次のようになる。

表の枚数	0	1	2	3	4	5	6	計
観測度数	2	5	9	19	10	5	0	50
比率	0.016	0.094	(3)	(5)	(7)	0.094	0.016	1 (*)
期待度数	0.8	4.7	(4)	(6)	(8)	4.7	0.8	50

(*) 近似的に1

表１

((3),(5),(7)は小数第4位を四捨五入して第3位まで求めよ)

((4),(6),(8)は小数第2位を四捨五入して第1位まで求めよ)

期待度数が5未満の階級をまとめて

表の枚数	0～1	2	3	4	5～6	計
観測度数	7	9	19	10	5	50
比率	0.11	(3)	(5)	(7)	0.11	1 (*)
期待度数	5.5	(4)	(6)	(8)	5.5	50

表２

検定量 $X = \sum \dfrac{(\text{観測度数}-\text{期待度数})^2}{[\ 9\ ]}$ とする。<u>期待度数が5未満の階級をまとめた表2を用いると</u>

X は近似的に自由度 (10) の [11] に従う。右片側検定なので、分布表より棄却域は

$X \geqq$ (12) となる。X の実現値を計算すると $x=$ (13) となり、H_0 を [14] する。

((13)は小数第4位を四捨五入して第3位まで求めよ)

9． F 分布について述べた次の文章の括弧に入る最も適切な答えを解答用紙にかけ。

ただし、<u>答のみ</u>。

注意：(　)には数値が入り、[　]には数値以外の文字式、数式、記号、用語などが入る。

確率変数 F は自由度 (r, s) の F 分布に従っているとする。このとき、$\dfrac{1}{F}$ は自由度 [1] の F 分布に従う。自由度 (r, s) の F 分布の上側 α 点を $F_{r,s}(\alpha)$ と表せば、

$P\left(0<F<F_{r,s}(\alpha)\right)=1-P([\ 2\ ])=[\ 3\ ]$

一方、$P\left(0<F<F_{r,s}(\alpha)\right)=P\left(\dfrac{1}{F}>\dfrac{1}{F_{r,s}(\alpha)}\right)$ となり、これが [3] に等しいので

$\dfrac{1}{F_{r,s}(\alpha)}=F_{[\ 4\ ]}([\ 5\ ])$ が成り立つ。このことを用いれば、分布表より

$F_{16,20}(0.95)=$ (6) ((6)は小数第4位を四捨五入して第3位まで求めよ)