2014年度前期中間試験問題・応用数学Ｉ（C4） 2014年6月5日

１．次の問いに答えよ。ただし、<u>答のみ</u>。

（1） 赤玉６個、白玉４個が入っている袋の中から同時に４個の玉を取り出すとき、少なくとも１個は白玉である確率を求めよ。

（2） １個のさいころを２回投げるとき、A：１回目に２以下の目が出る、B：少なくとも１回は６の目が出る、という事象とするとき、確率 $P(A \cap B)$ を求めよ。

（3） （2）の設定のとき、確率 $P(A \cup B)$ を求めよ。

（4） （2）の設定のとき、条件つき確率 $P_A(B)$ を求めよ。

（5） （2）の設定のとき、条件つき確率 $P_B(A)$ を求めよ。

（6） ０,２,３,４,６の数字の書かれた５枚のカードから２枚のカードを同時に取り出し、その積を x とする。$x=k$ となる事象を A_k と表すとき、$P(A_0)$ を求めよ。

（7） （6）の設定のとき、$P(A_{12})$ を求めよ。

（8） ０,２,３,４,６の数字の書かれた５枚のカードから１枚ずつ復元抽出で２枚のカードを取り出し、その積を x とする。$x=k$ となる事象を A_k と表すとき、$P(A_0)$ を求めよ。

（9） （8）の設定のとき、x が偶数となる確率を求めよ。(０は偶数である)

（10） 事象 A, B, C は互いに排反で $\Omega = A \cup B \cup C$ とする。(Ω は全事象) それぞれが起こる確率を $P(A)=\dfrac{15}{37}$, $P(B)=\dfrac{12}{37}$, $P(C)=\dfrac{10}{37}$ とする。別の事象 $D \subset \Omega$ に対して

$$P_A(D)=\frac{20}{1000},\ P_B(D)=\frac{15}{1000},\ P_C(D)=\frac{10}{1000}$$ とするとき、$P(D)$ を求めよ。

（11） （10）の設定のとき、$P_D(A)$ を求めよ。

２． ５個の数字１,２,３,４,５を１列に並べた順列を a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 とし $a_k=k$ となる事象を A_k $(k=1,2,3,4,5)$ と表すとき、次の問いに答えよ。

注意：（1）,（2）は<u>答のみ</u>。その他は解法を書くこと。

（1） $P(A_1 \cap A_2)$ を求めよ。　　（2） $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ を求めよ。

（3） $\displaystyle\sum_{1 \leqq k < l \leqq 5} P(A_k \cap A_l)$ を求めよ。ただし $\displaystyle\sum_{1 \leqq k < l \leqq 5}$ は $1 \leqq k < l \leqq 5$ を満たす整数 k, l についての総和を表す。(以下同様)

（4） $\displaystyle\sum_{1 \leqq k < l < m \leqq 5} P(A_k \cap A_l \cap A_m)$ を求めよ。

（5） $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5)$ を求めよ。

（6） $P(\overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap \overline{A_4} \cap \overline{A_5})$ を求めよ。$\left(\overline{A_k}\right.$ は A_k の余事象$\left.\right)$

３．次の文章の（　）に入るもっとも適切な答えを解答用紙にかけ。ただし、（1）~（7）は<u>答のみ</u>。

袋 A に赤玉４個、白玉４個が入っている。この中から同時に４個取り出し、色を確認せずに別の袋 B に入れた。袋 B に白玉が k 個入っている事象を A_k と表せば、$P(A_0)=$（ １ ），$P(A_1)=$（ ２ ），$P(A_2)=$（ ３ ），$P(A_3)=$（ ４ ），$P(A_4)=$（ ５ ）である。一般に

$P(A_k)=\dfrac{(4!)^4}{(\ 6\ )}=\dfrac{288}{(\ 7\ )}$　$(k=0,1,2,3,4)$ となる。

注意：次の問題は解法もかけ。

（8） いま袋 B から１個玉を取り出したら白だった。このとき袋 B に入っている白玉が３個である確率を求めよ。

（残りの白玉が３個という意味ではない。袋 A から B に玉を移した時点で３個という意味）

４．ある１枚の硬貨を投げると表か裏のどちらかが起り、表が出る確率は一定で p $(0<p<1)$ とする。この硬貨を３回投げる試行において A を少なくとも１回は表が出る事象、B を３回目が裏であるという事象とするとき、次の問いに答えよ。ただし、（1），（2）は<u>答のみ</u>。

（1） $P(A)$ を求めよ。　　（2） $P(B)$ を求めよ。

注意：次からの問題は解法もかけ。

（3） $P(A\cup B)$ を求めよ。$Hint$：$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$

（4） $P(A\cap B)$ を求めよ。

５．男子が２８人、女子が２０人いて、そのうち眼鏡をかけた男子が m 人、眼鏡をかけた女子が n 人いるクラスから任意に１人の学生を選ぶとする。A を選ばれた学生が男子であるという事象、B を選ばれた学生が眼鏡をかけているという事象とするとき、次の問いに答えよ。ただし、m，n は $0\leqq m\leqq 28$，$0\leqq n\leqq 20$ を満たす整数とする。

（1） 事象 A，B が互いに独立であるための条件を m，n の簡単な式で表せ。

（2） 事象 A，B が互いに独立で、眼鏡をかけた学生が２４人いるとき、男子で眼鏡をかけているのは何人か。

（3） 事象 A，B が互いに独立となる整数の組 (m,n) をすべて求めよ。

６．１から r 番まで１つずつ番号のついた r 個の玉がある。(玉は区別がつくと考える) この玉を区別のつく n 個の箱にランダムに入れるとき、どの箱にも２個以上の玉が入らない確率を求めよ。

７．問題６において、$r=3$，$n=5$ のときの確率を求めよ。